

轻松设计数字FIR滤波器

作者: Bill Windsor和Paul Toldalagi

以前, 数字滤波器需要专门设计技术、高性能且昂贵的硬件、复杂的软件才能实现, 因此应用非常有限。如今, 随处可见的低成本高速数字信号处理IC, 如乘法器和乘法器/累加器等, 结合简单易用的标准化设计流程, 已大大简化滤波器的实现。因此, 如果应用需要滚降超过24 dB/倍频程的滤波器, 那么设计库中应当包括数字滤波器。

在本文中, 我们将比较数字滤波器与模拟滤波器, 讨论各种数字滤波器架构, 并通过一个范例一步一步说明如何设计FIR(非递归)滤波器。通过随附的参考文献可以找到本文仅略有提及的相关话题的更多信息。

数字滤波器与模拟滤波器的比较

数字滤波器越来越多地应用于调制解调器、雷达、频谱分析仪、语音和图像处理设备等, 原因如下: 与模拟滤波器相比, 数字设计能够提供更陡的滚降, 无需校准, 对时间、温度和电源变化的适应能力更强, 性能更稳定。简单地改变软件就能实时更改数字滤波器的响应, 产生所谓“自适应滤波器”, 而要改变模拟滤波器的响应, 通常需要更改硬件。

然而, 数字滤波器并不能令所有应用满意。在滚降要求不超过约24 dB/倍频程的设计中, 模拟滤波器通常更具性价比。但是, 当滚降要求超过24 - 36 dB/倍频程时, 使用数字滤波器更合适。事实上, 在要求极陡滚降的应用中, 许多设计师发现数字滤波器的开发难度小得多。通过更改软件, 可以轻松修改原型。此外, 数字滤波器设计的软件仿真可以精确反映滤波器的性能, 但模拟滤波器的计算机仿真只能近似反映滤波器的真实性能, 因为模拟滤波器的参数对元件值敏感, 而初始元件值是不准确的, 可能发生相当大的变化。

数字滤波器基础知识

常见的数字滤波器设计分为两种基本类型: 非递归型(有限脉冲响应FIR)和递归型(无限脉冲响应IIR)。除了直截了当的IIR设计以外, 业界对实现所谓点阵拓扑结构的滤波器类型的兴趣日增。但在讨论这些数字滤波器类型之前, 我们先回顾一下数字滤波器的一些基本知识。

数字滤波器并不像起初想象的那样难以理解。《模拟对话》杂志中曾有一篇文章向读者介绍数字滤波器(第17卷第1号, 1983年, 第3页), 本文末尾列出的参考文献提供了更多详细信息。

尽管滤波是为了让时域信号更加平滑, 但是大多数滤波器设计者对频域的操作更加理解。输入信号的频谱乘以滤波器的频率响应, 产生一个频谱改变的输出信号。频域中的这种乘法相当于波形在时域中响应函数的卷积。那么何谓卷积呢?

为了理解该过程, 首先考虑一个传递函数 $H(f)$, 它在频域中具有一个理想的幅度曲线, 如图1a所示。对于频率成分在0 Hz至 f_1 Hz范围的信号, 函数 $H(f)$ 以单位增益响应, 其中各频率成分为特定频率的余弦波。例如, 信号 $\cos(2\pi 3t)$ 表示 $f = 3$ Hz时的单位幅度频率成分。

图1b显示了信号 $X(f)$ 的频谱, 其时间值为 $\cos(2\pi f_2 t) + \cos(2\pi f_3 t)$ 。因此, $X(f)$ 表示 f_2 和 f_3 处两个等量成分的和。如果要提取 f_2 成分, 留下 f_3 成分, 则只需让 $X(f)$ 信号通过一个低通滤波器。事实上, $H(f)$ 描述的正是这样一个滤波器, 其截止频率为 f_2 。 $H(f)$ 在 f_2 时等于1, 在 f_3 时等于0, 因此 $H(f)$ 乘以 $X(f)$ 等于 $1 \times \cos(2\pi f_2 t) + 0 \times \cos(2\pi f_3 t) = \cos(2\pi f_2 t)$ 。

到目前为止, 我们讨论的是时间的连续函数。然而, 数字滤波器处理的是采样数据, 时间函数由每秒有限个(k)离散值 $x(n)$ 组成, 其中 k 为采样速率, n/k 是对应于时间的离散变量。因此, 离散时间的余弦波形表示为 $\cos(2\pi f n/k)$ 。

连续傅里叶变换提供了一个将时间的连续函数映射到连续复数频域的途径，逆傅里叶变换则能将频率的函数映射到时域。类似地，离散傅里叶变换能将时间的离散函数映射到离散频域，其逆变换则能将频率的离散函数映射到离散时域。

如果频率的函数为两个函数的乘积，例如信号的频率成分与传递函数(即频率响应)的乘积，则对应的时间函数与时域中的两个函数——信号的时间波形和时间响应函数(由传递函数决定)——的卷积相同。

因此，傅里叶定理在频域中的乘法与时域中的卷积之间建立了等式关系，提供了一个直接计算时间响应的手段。由此可知，离散时间卷积：

$$y(n) = [h * x](n) \tag{1}$$

等于信号与频率响应的乘积之和：

$$y(n) = \sum_{m=-1}^N h(m) \cdot x(n - m) \tag{2}$$

上式适用于所有n值。

等式2代表一系列乘法和加法，如果按特定顺序执行，输入信号x(n)将被自动处理，像是通过一个低通滤波器一样。该等式假设：当m<1和m>N时，h(n)为0；这对于FIR滤波器而言总是成立的，其中N为h(n)中的采样数。

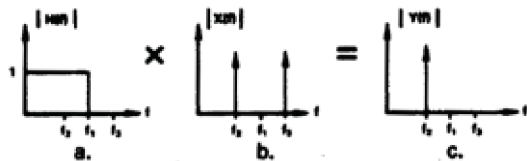


图1. 滤波器函数(a)乘以(b)处的信号后，只剩一个频率成分(c)

使用傅里叶定理计算等式1时，只需要知道函数h(n)和x(n)，它们是图1中H(f)和X(f)的逆离散傅里叶变换。X(f)的变换是一个简单的余弦波 $x(n) = \cos(2\pi f_2 n/k) + \cos(2\pi f_3 n/k)$ 。如下文所述，如果知道 f_2 、 f_3 和采样速率k(模数转换器对输入时域信号x(t)进行采样的速率)，就可以轻松计算x(n)的值。计算h(n)的值可能稍为困难，它被称为滤波器系数。但有几个很好的计算机程序可以帮忙，ADI公司就提供了一个。

为了以实例说明等式2，考虑一个27阶滤波器，N = 27。滤波器输出值y(30)取决于x的前面27个值，等于：

$$y(30) = h(1) \cdot x(29) + h(2) \cdot x(28) + h(3) \cdot x(27) + \dots + h(26) \cdot x(4) + h(27) \cdot x(3).$$

该求和公式的实际含义是：滤波器的阶跃响应是通过将输入阶跃的27个连续延迟版本求和而合成的，每个版本均乘

以其自己的系数，从而构成一个任意阶跃响应。例如，如果各h(m)为增益1/27，则滤波器对一个阶跃的响应将是一个27步阶梯(近似于一个模拟斜坡)，然后是稳定的输出；无论何种输入序列，它都会执行27间隔移动平均值计算。

下面讨论用于计算系数的方法。

数字滤波器类型

图2显示了FIR和两种最主要的IIR数字滤波器拓扑结构，前一种简单明了，后一种采用点阵形式。FIR(有限脉冲响应)滤波器(图2a)无反馈项，其输出仅是有限数量的先前输入值(x(n))的函数。根据定义，它是非递归型。上例中的滤波器就是一个FIR滤波器。图2b和2c所示的IIR滤波器具有递归项，输出值不仅取决于输入值，而且受先前的输出值(y(n))影响。与其他类型的滤波器相比，FIR滤波器具有如下优点：

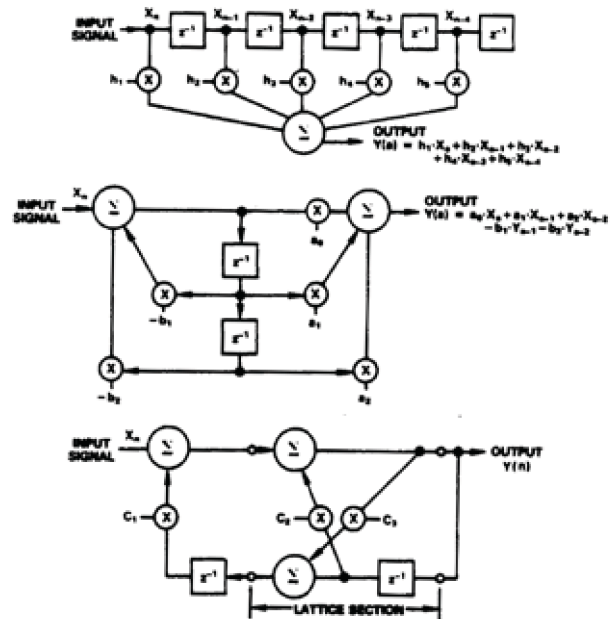


图2. 三种常见的数字滤波器拓扑结构：FIR (a)、IIR (b)和点阵型(c)。

稳定。FIR滤波器的Z平面传递函数中无极点，因此，其输出始终是有限且稳定的。相比之下，IIR滤波器需要精心设计才能保证稳定工作。由于FIR设计基于离散时间延迟且无极点，因此它可以用来构建一些特殊滤波器，这些滤波器没有对应的连续模拟滤波器。

线性相位响应。可以设计具有线性相位响应的FIR滤波器，输出信号的相位延迟与输入信号的频率呈线性关系。在语音处理、声纳和雷达等应用中，线性相位响应尤其重要。IIR滤波器则不具有线性相位响应。连续模拟滤波器难以实现线性相位响应。

易于设计。FIR滤波器是三类滤波器中最容易理解、设计和实现的，特别是对于时域中的指数响应。

对系数误差的敏感度较低。这使得FIR滤波器可以利用较小的字来实现，例如12位至16位字。IIR滤波器的每个系数通常需要16到24位。

支持自适应设计。自适应FIR滤波器的设计相对较为简单，只需实时更改滤波器系数，使滤波器的特性适应外部条件。例如，调制解调器中的自适应均衡滤波器设置为根据传输线的阻抗变化而改变特性。

IIR*(无限脉冲响应)滤波器输出(图2b)将输入值与反馈到电路的先前输出值合并，因此是递归型IIR滤波器。像任何反馈电路一样，为避免不稳定现象，IIR滤波器设计必须避免增益等于或大于1的正反馈。IIR设计采用线性相移，需要较大的系数字来降低舍入误差，确保稳定工作。尽管如此，IIR滤波器仍然具有一些重要优点：

效率最高。IIR设计需要的滤波器系数更少，因而乘法运算次数最少，吞吐速率最大。

存储空间最少。IIR滤波器的系数最少，因而所需的只读存储空间(ROM)也最少。例如，典型的高通IIR设计只需要4个系数，而FIR设计则需要19个系数。

点阵型数字滤波器的稳定性高于IIR型，所需的硬件少于FIR型。点阵型滤波器是最新式的数字滤波器，目前其设计理论正在迅速发展。虽然早期的点阵设计对系数精度非常敏感，但最近的设计已大为改善，对滤波器参数的敏感度低于相应的IIR滤波器(降低2到3位!)。点阵滤波器的一大优势是各步所用的参数可以用于高效编码方法，如线性预测编码(语音)等。

FIR滤波器设计

性能规格和权衡

设计人员像指定模拟滤波器一样指定非递归型(即FIR)数字滤波器，如通带中的最大纹波量、阻带中的最大衰减量等。(参见数字滤波器术语中的相关定义。)需要指定下列设计参数：

N ——滤波器的抽头数，等于滤波器系数的数量。

f_p ——通带截止频率。

f_s ——阻带截止频率。

$K = (\delta_1/\delta_2)$ ——通带中的纹波与阻带中的纹波的比值。

图3针对低通、高通和带通滤波器说明了这些参数。设计人员一般用dB来定义通带纹波的单位，表示为 $20\log_{10}(1+\delta_1)$ ；阻带纹波的单位也是dB，表示为 $-20\log_{10}(\delta_2)$ 。通带纹波一般在0.001 dB至1 dB之间，阻带纹波一般在-10 dB至-90 dB之间。频率 f_p 和 f_s 是归一化频率，等于实际信号频率与采样频率的比值。例如，考虑这样一个滤波器设计：采样频率为100 kHz，通带截止频率(f_p)为10 kHz，阻带截止频率(f_s)为20 kHz，那么：

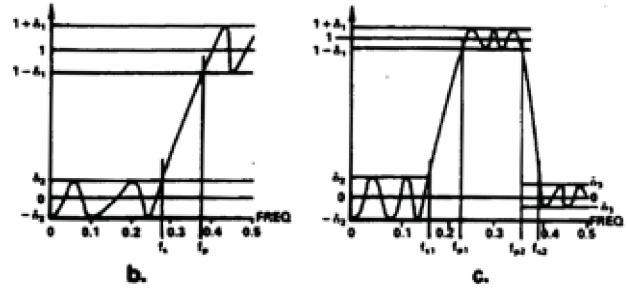
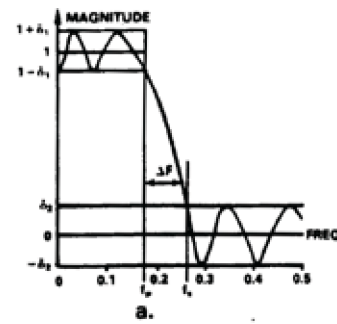


图3. 低通(a)、高通(b)和带通(c)滤波器的设计参数定义

$$f_p \text{ (归一化)} = 10 \text{ kHz}/100 \text{ kHz} = 0.1$$

$$f_s \text{ (归一化)} = 20 \text{ kHz}/100 \text{ kHz} = 0.2$$

注意，归一化频率轴的值范围是从0到0.5，因为根据奈奎斯特采样原理，为了消除混叠可能，信号的采样频率必须高于其最高频率的两倍。

像通常的设计一样，指定这些设计参数需要做一些权衡。滤波器抽头数固定时，滚降越陡，则纹波越大。如果既要求滚降较陡，又要求纹波较小，就必须提高滤波器抽头数，这会使滤波器更复杂。

通过窗口方法设计FIR滤波器

要设计数字滤波器，首先必须计算滤波器的系数，以便实现等式2。最常见的两种设计方法是“窗口”和雷米兹交换算法。对于近95%的设计，雷米兹交换可以产生效率高得多的滤波器。雷米兹交换算法已经用Fortran语言编写，可从ADI公司获得，如下文所述。

窗口方法则简单实用，而且有助于了解滤波方法，因此同样值得讨论。不过应注意，通过窗口方法设计的FIR滤波器性能不如通过其他方法获得的滤波器(示例参见参考文献7)。

考虑一个FIR低通滤波器，其阻带衰减大于50 dB，归一化通带截止频率(f_p)为0.2，归一化阻带截止频率为0.3。图4显示了该滤波器的理想传递函数 $H(f)$ 。通过等式3求解逆傅里叶变换，可以获得傅里叶系列系数。

* 参见Matt Johnson“使用最少的硬件实现稳定的IIR滤波器”，EDN，1983年4月14日，153-166页。

$$\begin{aligned}
 h(n) &= \int_{-0.5}^{0.5} H(e^{j2\pi f}) \cdot e^{j2\pi f n} df \\
 &= \int_{-f_1}^{f_1} e^{j2\pi f n} df \\
 &= \int_{-f_1}^{f_1} (\cos 2\pi f n + j \sin 2\pi f n) df \\
 &= \frac{\sin(\pi f_1 n)}{\pi n} \tag{3}
 \end{aligned}$$

图5a显示得到的一组h(n)，范围延伸到±无穷。然后将傅里叶系数乘以多个窗口或加权函数中的一个，如图5b和图5c所示。

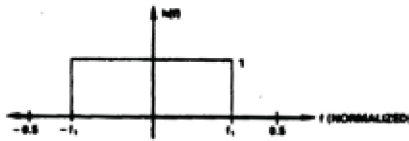


图4. 理想低通滤波器传递函数

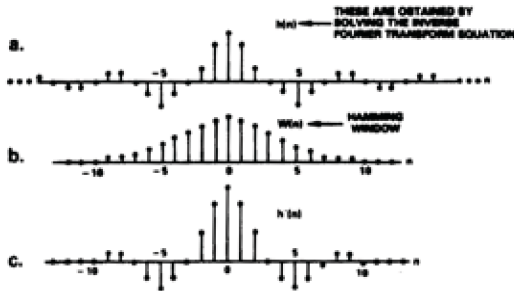


图5. 采用窗口方法，滤波器的傅里叶系数(a)乘以加权函数(b)得到(c)。

高于和低于某一值v时，加权函数等于0；该值取决于滤波器抽头数N。将傅里叶系数乘以加权函数便产生期望传递函数H(f)的有限脉冲响应近似结果，这将保证傅里叶系列能够收敛。

图5b显示的广为使用的Hamming窗口，但还有其他几种加权函数可以使用，包括Kaiser、Blackman和Hanning窗口(参考文献1)。选定窗口后，就可以根据所需的滚降带(Δf = f_s - f_p)确定系数或滤波器抽头的数量N。对于Hamming窗口，此滚降带宽与滤波器抽头数N之间存在如下的保守近似计算关系：

$$\Delta f \approx 4/N$$

对于以上设计示例，

$$\Delta f = f_s - f_p = (0.3 - 0.2) = 0.1. \tag{4}$$

因此，N = 4/0.1 = 40。这种近似估算得到抽头数一般比实际需要的多出2到5个，因此指定N为36。

接下来，将各h(n)乘以图5b中的相应加权函数w(n)，得到图5c所示的滤波器系数h'(n)。由于系数相对于0对称，因此只需要计算绝对值(即一半的系数)。这些系数描述(sin x)/x形式的窗口函数，它是图4所示低通滤波器的傅里叶变换。

雷米兹交换设计

对于大多数FIR应用，雷米兹交换算法提供了一种比窗口方法更强大的设计技术。雷米兹交换算法按照极大极小误差标准(参考文献7)设计最优FIR滤波器。根据该标准，对于给定数量的系数，滤波器能将通带中的最大纹波降至最小。

一般而言，对于给定的一组滤波器规格，雷米兹交换算法能够快速产生系数最少的FIR滤波器设计，尤其是与窗口方法的结果相比时。此外，通带纹波的幅度全都相等，阻带纹波同样如此。阻带纹波与通带纹波的比值K按照上文所述进行规定。

Fortran语言编写的雷米兹交换算法简单易用。例如，考虑一个具有如下规格的FIR低通滤波器：

采样速率	= 50 kHz
f _p (实际)	= 10 kHz, f _p (归一化) = 0.2
f _s (实际)	= 14 kHz, f _s (归一化) = 0.28
最小阻带衰减	= 40 dB
最大通带纹波	= 0.2 dB
纹波比K	= 1(通带纹波与阻带纹波相等)

然后，Fortran程序连续出现以下5行内容提示用户输入信息。

第1行：

FILT = 滤波器抽头或系数的数量。如果不知道滤波器阶数(抽头数)，请将此参数设为0，如本设计示例所示。

JTYPE = 滤波器类型(1表示低通、高通或带通滤波器)。

NBANDS = 滤波器中的通带和阻带数量。对于本例中的低通或高通滤波器，NBANDS = 2。对于带通滤波器，NBANDS = 3。

JPUNCH = (一般设为0)。

LGRID = 雷米兹交换算法使用的频率点数。对于大多数应用，例如本例，LGRID = 16即够用。对于50个抽头以上的高性能滤波器，设置LGRID = 32。

第2行：

第2行包含通带和阻带边缘的归一化频率。此处值的数量等于频带数量的两倍。对于上文所述的低通滤波器，通带范围是从0.0到0.2(归一化频率)，阻带范围边缘是从0.28到0.5(归一化频率)。因此，对于本设计示例，第2行将使用这四个值。

第3行:

第3行指定各频带中期望传递函数的幅度 V_{out}/V_{in} 。本例中, 低通滤波器在通带中的增益为1, 在阻带中的增益为0, 因此第3行包含数值1,0。

第4行:

第4行指定两个频带的期望相对权重。对于本例, 阻带纹波等于通带纹波, 以1表示, 因此第4行为1。

第5行:

第5行只在所需的滤波器抽头数未知时才需要, 例如在本例中 $\langle NFILT = 0 \rangle$ 。此行指定期望的通带和阻带纹波, 单位为dB。然后, 程序估算所需的滤波器抽头数NFILT。假设通带纹波不超过0.2 dB, 阻带衰减为40.0 dB, 则第5行将包括数值0.2和40.0。

利用这些输入, Fortran程序通过近似法确定滤波器参数之间的设计关系(参考文献5和6), 从而估算滤波器阶数(抽头数)。结果通常在所需正确数量4抽头范围内。

图6显示了一个典型的计算机计算结果。按照上述近似法确定的“滤波器长度”等于24抽头。“脉冲响应”给出滤波器系数, 图6接下来的几行只是重复频带1(通带)和频带2(阻带)的程序输入值。“期望值”表示通带和阻带中的滤波器期望传递函数。纹波的“权重”为通带中1.00, 阻带中1.00。“偏差”为各频带中的纹波, 通带中为0.011, 阻带中为0.011。“偏差(dB)”表示“偏差”数的dB值。“极端频率”表示最大通带和阻带纹波发生的频率。

```

FINITE IMPULSE RESPONSE (FIR)
LINEAR PHASE DIGITAL FILTER DESIGN
RENEZ EXCHANGE ALGORITHM

BANDPASS FILTER

FILTER LENGTH = 24
FILTER LENGTH DETERMINED BY APPROXIMATION

***** IMPULSE RESPONSE *****
H( 1) = -0.10748328E-01 = H( 24)
H( 2) = -0.18704087E-02 = H( 23)
H( 3) = 0.15714122E-01 = H( 22)
H( 4) = 0.47213142E-02 = H( 21)
H( 5) = -0.23240038E-01 = H( 20)
H( 6) = -0.13138824E-01 = H( 19)
H( 7) = 0.41323310E-01 = H( 18)
H( 8) = 0.2884330E-01 = H( 17)
H( 9) = -0.88702314E-01 = H( 16)
H( 10) = -0.71428084E-01 = H( 15)
H( 11) = 0.18081354E+00 = H( 14)
H( 12) = 0.43481868E+00 = H( 13)

          BAND 1          BAND 2          BAND
LOWER BAND EDGE 0.00000000 0.28000000
UPPER BAND EDGE 0.20000003 0.50000000
DESIRED VALUE   1.00000000 0.00000000
WEIGHTING       1.00000000 1.00000000
DEVIATION       0.01113827 0.01113827
DEVIATION IN DB 0.183075284 -39.082728240

EXTREMAL FREQUENCIES
0.0000000 0.0418887 0.0807282 0.1187818 0.1582300
0.1875001 0.2000000 0.2800000 0.2830208 0.3216885
0.3807288 0.3887812 0.4414377
    
```

图6. 雷米兹交换程序输出, NFILT初始值 = 0

计算机初次运行采用 $N = 24$, 结果通带纹波为0.19 dB, 阻带衰减为39.08 dB, 不符合设计要求。计算机用逐渐提高的 N 值重复运行, 在 $N = 27$ 时得到满意的结果, 如图7所示。

硬件设计

只有完全明确后, 才能用硬件实现滤波器。图8为实现上述27抽头滤波器的系统功能框图, 假设使用16位字。选择字大小时的权衡考虑因素将在下文讨论。

```

FINITE IMPULSE RESPONSE (FIR)
LINEAR PHASE DIGITAL FILTER DESIGN
RENEZ EXCHANGE ALGORITHM

BANDPASS FILTER

FILTER LENGTH = 27

***** IMPULSE RESPONSE *****
H( 1) = 0.37283068E-02 = H( 27)
H( 2) = -0.72288127E-02 = H( 26)
H( 3) = -0.80835225E-02 = H( 25)
H( 4) = 0.77874030E-02 = H( 24)
H( 5) = 0.15854538E-01 = H( 23)
H( 6) = -0.11487782E-01 = H( 22)
H( 7) = -0.28403830E-01 = H( 21)
H( 8) = 0.14817088E-01 = H( 20)
H( 9) = 0.50318808E-01 = H( 19)
H( 10) = -0.17288781E-01 = H( 18)
H( 11) = -0.87808425E-01 = H( 17)
H( 12) = 0.18058505E-01 = H( 16)
H( 13) = 0.31538205E+00 = H( 15)
H( 14) = 0.48032877E+00 = H( 14)

          BAND 1          BAND 2          BAND
LOWER BAND EDGE 0.00000000 0.28000000
UPPER BAND EDGE 0.20000003 0.50000000
DESIRED VALUE   1.00000000 0.00000000
WEIGHTING       1.00000000 1.00000000
DEVIATION       0.008834021 0.008834021
DEVIATION IN DB 0.153488403 -41.078831818

EXTREMAL FREQUENCIES
0.0000000 0.0448428 0.0848214 0.1250000 0.1807143
0.1875001 0.2000000 0.2800000 0.2811807 0.3179483
0.3514283 0.3871424 0.4230887 0.4830350 0.5000000
    
```

图7. 雷米兹交换程序输出, $N = 27$ 抽头

图8所示的抗混叠滤波器可将到达模数转换器的高频信号和噪声成分降至最低。许多情况下, 抗混叠滤波器要求的滚降不超过6-24 dB/倍频程。模数转换器以等于最高输入频率大约3倍的速率对输入模拟信号进行采样。奈奎斯特准则要求采样速率至少为最高频率的两倍, 保守设计做法要求三倍。RAM存储模数转换器的输出。对于一个27抽头滤波器, 需要27个RAM位置, 各位置为16位。

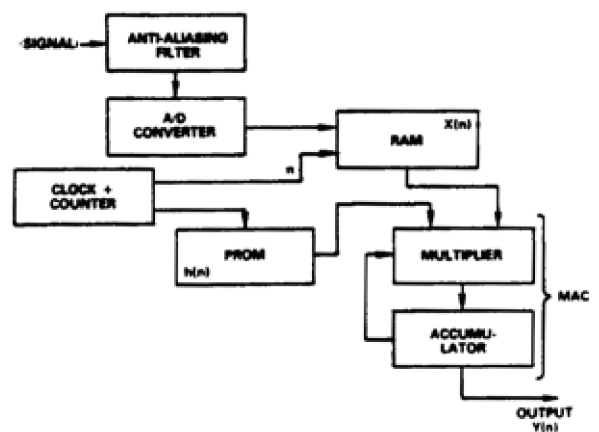


图8. 数字FIR滤波器系统功能框图

PROM存储先前确定的滤波器系数。可能需要使用RAM，而不是PROM，特别是希望实现自适应滤波器时。PROM位置的数量等于不同滤波器系数的数量。由于对称性，FIR滤波器具有 $N/2$ 个(N 为偶数时)或 $(1 + N)/2$ 个(N 为奇数时)不同的系数，其中 N 为抽头数。因此，27抽头滤波器需要14个16位位置的PROM。

时钟和计数器遍历RAM和PROM，将系数和输入值提供给乘法器。乘法器/累加器组合按照等式2执行乘法和加法，因而构成数字滤波器的核心部分。

ADI公司提供多种乘法器/累加器IC，可大大简化此类数字滤波器的实现。例如，ADSP-1010*可以将两个16位数相乘，并在一个35位累加器中累计乘积；该累加器包括3位扩展精度，以便处理两个或更多32位乘积相加所导致的溢出。

硬件详解

细化设计的第一步是将滤波器系数转换成16位定点或块浮点数。例如，在定点算法中，只需将系数乘以 2^{15} 。

然后，将系数舍入到最接近的LSB。不能简单地截断系数，因为截断会破坏滤波器系数的精度，而舍入则能实现接近字长决定的理论限值的性能。将舍入后的16位系数存储在PROM中。

还必须确定是采用标准微处理器还是需要专用高速乘法器IC来实现滤波器。确定所需运算速度的方法是将采样速率乘以滤波器系数的数量。

上例中，50 kHz的采样速率和27抽头滤波器要求每秒执行 $(50 \text{ kHz} \times 27) = 135$ 万次16位乘加运算，或者每次乘加运算耗时740 ns。很少有微处理器能够满足这种要求，12.5 MHz Motorola 68000执行一次16位乘法的时间为5.6 μs 。然而，ADI公司的ADSP-1010乘加器(MAC)仅需165 ns就能执行一次乘加操作，而且成本和功耗均很低。

为确保乘法运算正确，存储器控制电路(RAM、PROM、计数器)必须从存储器中检索正确的字组合。图9所示的堆栈和指针说明了一种方法。指针2指引每个新数据点存储到RAM中。对于每个新样本，系统递减指针1，递增指针3，从而计算变换，如下式所示：

$$h(4) \cdot x(n-3) + h(3) \cdot x(n-2) + h(2) \cdot x(n-1) \\ + h(1) \cdot x(n) + h(6) \cdot x(n-5) + h(5) \cdot x(n-4)$$

完成每个样本的计算后，指针2和3递增；当这些指针到达堆栈边界时，指针复位。图9b详细显示了上述操作。

接下来决定如何处理累加器溢出。当滤波器执行乘加操作时，累加器中的位数必定会超过单一 16×16 位乘法的32位分辨率。为了处理溢出，首先应计算滤波器可能遇到的溢出量的合理上限。通过滤波器系数的平方和，可以估计合

理的溢出水平。然后将此数值与累加器能处理的最大值相比较。

有多种方法可以处理累加器溢出。ADSP-1010 MAC除了提供32位精度来处理单一 16×16 位乘法之外，还具有额外的3位累加器精度，这对于大多数应用是足够的。

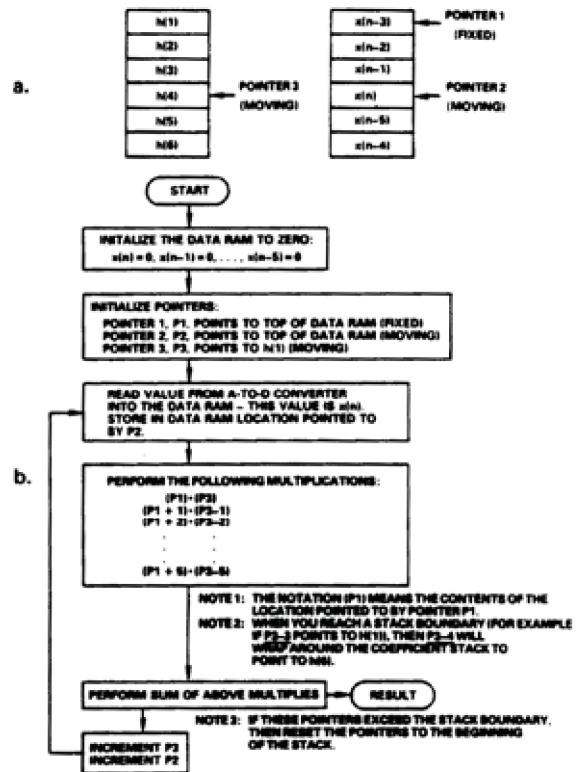


图9. 滤波器利用指针(a)并按照图(b)所示步骤计算卷积

也可以缩小系数，从1位到5位，但这会牺牲一定的精度。为了缩小系数，将其除以2并应用上述溢出测试。重复该过程，直到缩小后的系数通过溢出测试。

最后，对于某些应用，可能不需要支持输入信号的全部动态范围。这时，只需让累加器在最大值时饱和。

有时候，甚至最快的MAC IC也不能满足乘加速度要求。这种情况下，可以并行使用两个或更多处理器来提高吞吐速率。在图10所示电路中，两个ADSP-1010 MAC并行工作，因而每个计算点的乘加时间降至75 ns，即单个处理器情况下150 ns正常时间的一半。

避免圆整和舍入误差

大部分数字滤波器硬件的误差源于两个因素：圆整和舍入。“圆整”误差产生的原因是高精度大型计算机将滤波器系数(例如图6和图7中产生的那些系数)圆整到典型数字滤波器硬件实现的16位精度。如上文所述，圆整产生的误差小于截断，但仍有误差。

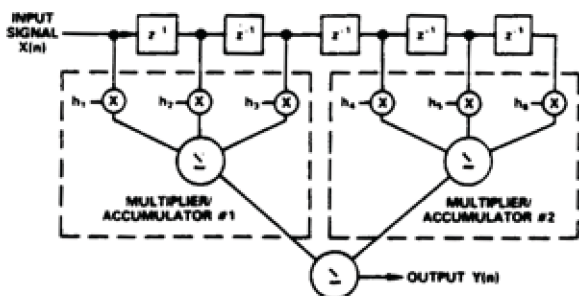


图9. 滤波器利用指针(a)并按照图(b)所示步骤计算卷积

舍入误差来源于连续的有限精度乘法和加法运算。舍入误差比圆整误差更明显，尤其是在高阶滤波器中。

为了避免此类误差，必须估算所需的字大小，这可能很棘手。一般而言，如果设计要求67 dB以上的阻带衰减或0.05 dB以下的通带纹波，选择16位字可能会导致误差过大。这种情况可能需要24位字，有时甚至需要32位字。将设计转化成硬件之前，下文所述的软件仿真可以帮助您确定字长要求。

为了说明这些误差的意义，图11比较了16位定点和32位浮点27抽头低通滤波器的仿真性能。这种情况下的误差似乎较小，但图12针对90抽头滤波器进行类似比较则显示存在很大差别。对于80 dB以上的阻带衰减和90抽头，需要16位以上的精度。

软件仿真

图13中的流程图显示了一个利用高分辨率计算机来仿真数字滤波器性能的典型软件程序。用户可以从ADI公司获得该程序的Fortran版本，从而仿真采用ADSP-I010 16 × 16位乘加器的16位FIR设计。该程序由DSP市场组提供，名为“FIR 16位仿真程序”。

仿真将重复硬件设计过程中的步骤。首先从雷米兹交换计算机程序获得滤波器系数 $h(n)$ ，然后检查溢出并缩小系数，获得16位定点或浮点系数，一般将其存储在PROM中。

接下来，程序仿真一个数字输入信号数组 $x(n)$ ，它对应于模数转换器的输出，一般存储在RAM中。数组中的值数量等于滤波器抽头数。一般来说，开始仿真时应使用频率为0 Hz的余弦波，然后逐渐提高频率。

乘法器/加法器组合的算术操作很容易仿真。仿真程序将计算机的字大小限制为滤波器硬件实现的精度限值(16位)。例如，在Fortran中，INTEGER*2或INTEGER*4变量类型声明就能做到这一点。

仿真程序还包括累加器溢出检查功能，用以验证初始系数缩小操作的有效性。如果计算机指示累加器溢出，用户必须再次缩小系数，并重新运行仿真。

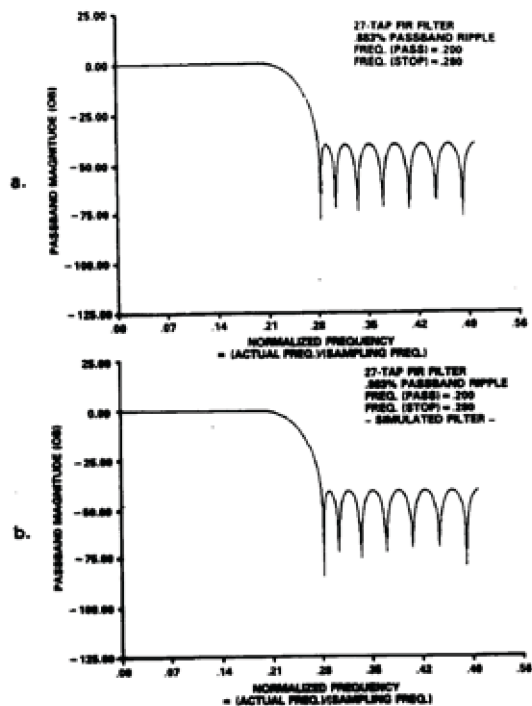


图11. 使用32位算法(a)和使用16位算法(b)的27抽头低通FIR滤波器的计算机仿真响应

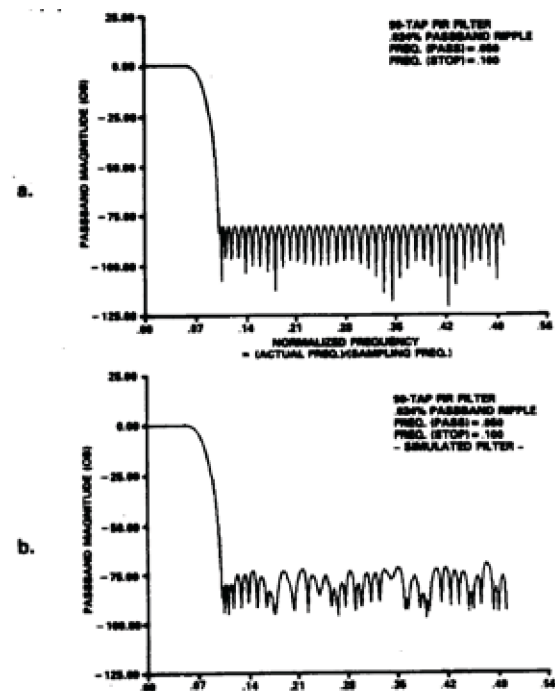


图12. 使用32位算法(a)和使用16位算法(b)的90抽头低通FIR滤波器的计算机仿真响应

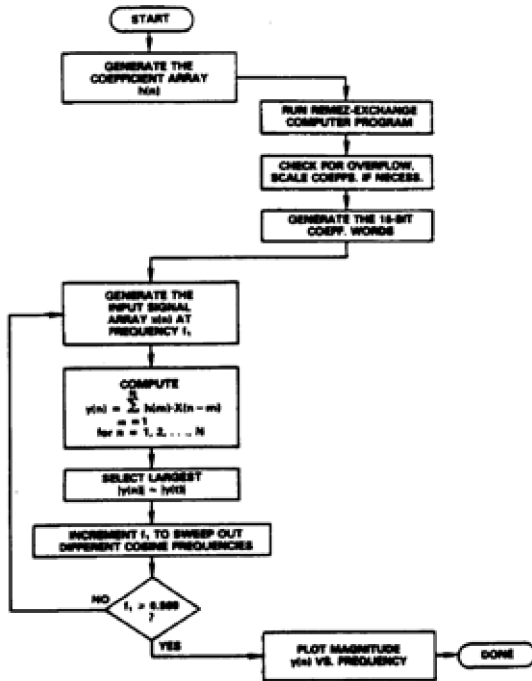


图13. FIR滤波器仿真程序流程图

然后，程序设置一个循环以计算等式2的变换，从而得出滤波器输出值 $y(n)$ 。对于每个余弦输入，程序计算 $y(n)$ 的 N 值，其中 N 为滤波器抽头数。

接下来，程序从 $y(n)$ 数组中选择最大的绝对值，确定滤波器输出的幅度，从而确定滤波器传递函数在该频率的幅度。这通常与 $y(n)$ 的实际幅度非常接近。但如果您需要更高的精度，可以对 $y(n)$ 信号的 N 个点运用曲线拟合法，产生一个连续时间信号 $y(t)$ 。

一旦程序计算出0 Hz余弦波的输出，它就能计算各种频率下的输出。通常是以0.001的归一化频率增量，从0 Hz扫频至略低于奈奎斯特频率0.5(归一化)的值。由此产生的曲线即为滤波器传递函数的仿真结果。如果该曲线符合预期，您就可以着手构建滤波器硬件。

本文的部分内容改编自文章作者所著的另一篇文章，该文章刊载于1983年3月3日出版的EDN杂志，版权归Read Holdings, Inc子公司Cahners Publishing Company，已获得版权所有者的许可。

进一步阅读

《模拟对话》第17卷第1号(1983)刊载了一篇评论文章，综述了乘法器/累加器IC在各种DSP应用中的用途。ADI公司还收集了最近发表的5篇文章，这些文章描述将DSP运用于各种常用滤波和控制应用的实用设计。如果您希望得到这些文章的翻印版，请使用回复卡申请“EDN系列文章”。

参考文献

如果读者希望获得有关数字信号处理的更多信息，可以参阅下列出版物。这些出版物非ADI公司资料。

1. Frederick J. Harris, "On the Use of Windows for Harmonic Analysis With the Discrete Fourier Transform," Proceedings of the IEEE, Vol.66, No. 1, January, 1978.
2. J.H. McClellan, T.W. Parks, and L.R. Rabiner, "A Computer Program for Designing Optimum FIR Linear Phase Digital Filters," IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-21, No.6, December, 1973.
3. A.V. Oppenheim, and R.W. Schaffer, Digital Signal Processing, (Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1975), chapter 9.
4. A. Peled, and B. Liu, Digital Signal Processing, (New York, New York: John Wiley and Sons, Inc., 1976), chapter 2.
5. L.R. Rabiner, "Practical Design Rules for Optimum Finite Impulse Response Low-Pass Digital Filters," The Bell System Technical Journal, Vol. 52, No.6, July-August, 1973.
6. L.R. Rabiner, "Approximate Design Relationships for Low-Pass FIR Digital Filters," IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-21, No.5, October, 1973.
7. L.R. Rabiner, and B. Gold, Theory and Application of Digital Signal Processing, (Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1975), chapter 3.

滤波器术语

- 衰减 – 输出信号幅度相对于输入信号幅度降低。
- 截止频率 – 滤波器的响应降至额定通带纹波(1- δ_1)以下时的频率。
- 通带 – 滤波器频率范围，信号通过该范围的衰减量不超过额定值。
- 阻带 – 滤波器频率范围，信号通过该范围时会发生额定量的衰减。
- 阻带衰减 – 阻带中的最小衰减量。
- 通带纹波 – 通带中的实际输出幅度与期望输出幅度的最大偏差。
- 采样速率 – 系统对输入信号进行采样的速率。
- 滤波器系数 – 代表滤波器传递函数的逆傅里叶变换的数值。系数定义滤波器的特性，构成数字滤波器实现的基础。
- 抽头 – 抽头数等于滤波器针对每个输出点处理的输入采样值数量。抽头数还等于滤波器系数的数量，并且可以用来衡量滤波器延迟时间。