

DOI: 10.3901/JME.2009.05.307

# Mecanum 四轮全方位系统的运动性能分析及结构形式优选

王一治<sup>1</sup> 常德功<sup>1,2</sup>

(1. 上海大学机械电子工程与自动化学院 上海 200072;

2. 青岛科技大学机械工程学院 青岛 266042)

**摘要:** 设计合理的 Mecanum 四轮系统能够实现平面上 3 自由度全方位运动, 但不是任意组合的 Mecanum 四轮系统都能实现全方位运动。为求得 Mecanum 四轮系统实现全方位运动的条件, 分析给出一般结构形式的 Mecanum 四轮系统的运动学模型。通过解析系统速度逆雅可比矩阵的秩, 结合系统的驱动性能和可控性要求, 得到 Mecanum 四轮系统实现全方位运动的条件, 即系统满足全方位运动的必要条件是逆雅可比矩阵满秩。对于一个具体的四轮系统, 能否实现全方位运动还取决于轮结构参数及系统的结构布局形式。列举出六种具有代表性的四轮结构布局形式, 通过对其逆运动学速度雅可比矩阵秩的计算, 结合具体结构的分析, 优选出四轮全方位运动系统的最佳结构布局形式。

**关键词:** Mecanum 四轮系统 运动性能 逆雅可比矩阵 最佳结构形式

**中图分类号:** TP242.3

## Motion Performance Analysis and Layout Selection for Motion System with Four Mecanum Wheels

WANG Yizhi<sup>1</sup> CHANG Degong<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechatronics Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072;

2. College of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Qingdao, Qingdao 266042)

**Abstract:** A rationally designed motion system with four Mecanum wheels can move in omni-direction on flat floor, but not any arbitrarily composed system with four Mecanum wheels can do so. In order to find the conditions of the system with four Mecanum wheels to move in omni-direction, the motion model of the general system is put forward and the inverse velocity Jacobian matrix is analyzed, considering the request of the system driving and controllability. The conclusion is presented that the omni-directional motion conditions not only depend on the full rank of inverses Jacobian matrix, but also depend on the wheel structure and the layout of the four wheels of the system. Then six typical layouts of four Mecanum wheels are illustrated and the optimal layout is picked out by calculating the Jacobian matrix rank of the six typical layouts.

**Key words:** System with four Mecanum wheels Motion performance Inverse Jacobian matrix Optimal layout

### 0 前言

轮式全方位运动系统在平面上能实现 3 自由度全方位运动<sup>[1]</sup>。这种全向运动特性使得全方位运动机构在服务机器人中广有应用<sup>[2]</sup>, 如在清洁机器人<sup>[3]</sup>、导购机器人、足球机器人<sup>[4]</sup>中都有应用。全

方位运动系统以 Mecanum 轮全方位系统研究应用最多<sup>[5]</sup>, 原因是这种全方位系统轮与悬架固定, 利用轮组的不同速度组合实现全向运动, 不需要独立的转向驱动机构, 系统支撑稳定可靠, 控制简单。对 Mecanum 轮全方位运动系统, JORGE<sup>[1]</sup>用旋量方法给出了平面上三维运动学模型。GUY 等<sup>[6-7]</sup>用矩阵变换方法给出了笛卡尔坐标下的三维运动学方程。JEFRI 等<sup>[8]</sup>和 PETER<sup>[9]</sup>分别用试验方法研究了 Mecanum 轮全方位运动系统的平面运动性能和动

力学性能。理论分析和试验都证明了 Mecanum 全方位轮系统在平坦平面上能有效地实现全方位运动。

常规 Mecanum 轮结构特征是：辊子的轴线相对于轮毂轴线有一固定夹角，因而可通过控制轮毂的旋转速度组合来控制系统的行走方向和速度大小，实现系统的全方位运动。Mecanum 轮的特殊结构决定了系统实现方位运动条件的特殊性。

在实际设计和应用常规 Mecanum 轮全方位系统时必须知道：① 实现全方位运动的轮组结构形式及其理论依据。② 满足系统的运动性能和驱动性能要求的轮组结构形式。本文从理论上解析 Mecanum 轮系统的运动学、驱动性能的特性，给出一般性规律和结论。以四轮 Mecanum 轮系统为例分析给出其最佳轮组结构形式。为设计和应用 Mecanum 轮全方位系统提供理论参考。

### 1 Mecanum 轮与系统速度映射

设四轮组布局形式是随意排列的，轮  $i$  相对于机身坐标系的位姿关系如图 1 所示，轮结构原理如图 2 所示。

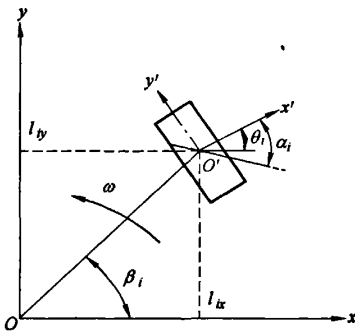


图 1 轮  $i$  在机身坐标系中的位姿

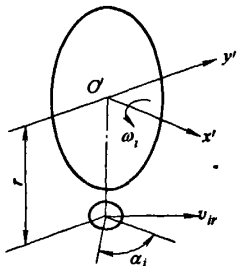


图 2 轮  $i$  结构原理

图 1、2 中， $Oxy$  为固联于机身的坐标系； $O'x'y'$  是固联于轮毂中心  $O'$  的坐标系； $(l_x, l_y, \theta_i)$  表示  $O'x'y'$  对  $Oxy$  的位姿； $r_i, \alpha_i$  分别表示轮  $i$  轮毂半径

及辊子偏置角； $v_{ir}$  表示轮  $i$  着地辊子中心速度矢量； $\beta_i$  表示轮  $i$  的安装角度； $\omega_i$  表示轮  $i$  的旋转速度。

设： $(v_x, v_y, \omega)^T$  表示点  $O$  在  $Oxy$  中广义速度； $(v'_{ix}, v'_{iy}, \omega'_i)^T$  表示点  $O'$  在  $O'x'y'$  中广义速度； $(v_{ix}, v_{iy}, \omega_i)^T$  表示点  $O'$  在  $Oxy$  中广义速度。根据图 1 有

$$\begin{pmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v'_{ix} \\ v'_{iy} \end{pmatrix} = R_2 \begin{pmatrix} v'_{ix} \\ v'_{iy} \end{pmatrix} \quad (1)$$

根据图 2 有

$$\begin{pmatrix} v'_{ix} \\ v'_{iy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sin \alpha_i \\ r_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_i \\ v_{ir} \end{pmatrix} = R_1 \begin{pmatrix} \omega_i \\ v_{ir} \end{pmatrix} \quad (2)$$

因机器人做平面运动，有

$$\begin{pmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -l_{iy} \\ 0 & 1 & l_{ix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{pmatrix} = R_3 \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{pmatrix} \quad (3)$$

由式(1)~(3)有

$$R_3 \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{pmatrix} = R_2 R_1 \begin{pmatrix} \omega_i \\ v_{ir} \end{pmatrix} \quad i=1,2,3,4 \quad (4)$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sin \alpha_i \\ r_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix} \quad R_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{pmatrix}$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -l_{iy} \\ 0 & 1 & l_{ix} \end{pmatrix}$$

式(4)即轮与中心速度映射关系。

### 2 Mecanum 轮系统运动解析

因  $r_i \neq 0, 0 < |\alpha_i| < \pi/2^{[1]}, \det(R_1) \neq 0, \det(R_2) \neq 0$ ，则系统运动中心到轮毂转速映射关系为

$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ v_{ir} \end{pmatrix} = R_2^{-1} R_1^{-1} R_3 \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{pmatrix} \quad i=1,2,3,4 \quad (5)$$

令  $R = R_2^{-1} R_1^{-1} R_3$ ，由式(1)~(3)有

$$R = -\frac{1}{r \sin \alpha_i} R'$$

$$R' =$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_i - \alpha_i) & \sin(\theta_i - \alpha_i) & -l_{iy} \cos(\theta_i - \alpha_i) + l_{ix} \sin(\theta_i - \alpha_i) \\ r \cos \theta_i & -r \sin \theta_i & -l_{iy} r \cos(\theta_i) - l_{ix} r \sin \theta_i \end{pmatrix}$$

对于四轮系统,如果忽略辘子与地面打滑,辘子中心速度  $v_p$  与轮毂旋转速度  $\omega_i$  具有确定关系,因此系统中独立驱动变量只有四个轮毂转速  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ , 设  $l_{ix} = l_i \cos \beta_i$ ,  $l_{iy} = l_i \sin \beta_i$ ,  $r = r_1 = r_2 = r_3 = r_4$ 。根据式(5)可求得系统逆运动学方程为

$$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix} = -\frac{1}{r} \mathbf{B} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\cos(\theta_1 - \alpha_1)}{\sin \alpha_1} & \frac{\sin(\theta_1 - \alpha_1)}{\sin \alpha_1} & \frac{l_1 \sin(\theta_1 - \alpha_1 - \beta_1)}{\sin \alpha_1} \\ \frac{\cos(\theta_2 - \alpha_2)}{\sin \alpha_2} & \frac{\sin(\theta_2 - \alpha_2)}{\sin \alpha_2} & \frac{l_2 \sin(\theta_2 - \alpha_2 - \beta_2)}{\sin \alpha_2} \\ \frac{\cos(\theta_3 - \alpha_3)}{\sin \alpha_3} & \frac{\sin(\theta_3 - \alpha_3)}{\sin \alpha_3} & \frac{l_3 \sin(\theta_3 - \alpha_3 - \beta_3)}{\sin \alpha_3} \\ \frac{\cos(\theta_4 - \alpha_4)}{\sin \alpha_4} & \frac{\sin(\theta_4 - \alpha_4)}{\sin \alpha_4} & \frac{l_4 \sin(\theta_4 - \alpha_4 - \beta_4)}{\sin \alpha_4} \end{pmatrix}$$

令

$$\mathbf{R}_0 = -\frac{1}{r} \mathbf{B}$$

则  $\mathbf{R}_0$  就是 Mecanum 轮四轮系统逆运动方程的速度逆雅可比矩阵。

由机器人运动学知,系统速度逆雅可比矩阵列不满秩时,系统存在奇异位形<sup>[10]</sup>。对于平面 3 自由度全方位运动系统,存在奇异位形,系统就失去了全方位运动能力,因而 Mecanum 四轮全方位系统的轮组结构形式必须满足速度雅可比矩阵  $\mathbf{R}_0$  列满秩。即满足式(7)

$$\text{rank}(\mathbf{R}_0) = 3 \quad (7)$$

对于 Mecanum 四轮全方位运动系统,因逆运动学解的雅可比矩阵  $\mathbf{R}_0$  反映系统关节速度与系统中心速度之间的映射关系,因而逆雅可比矩阵的性质能够充分反映系统解的结构。进一步分析可得出如下结论。

(1) 逆雅可比矩阵  $\mathbf{R}_0$  满秩,即  $\text{rank}(\mathbf{R}_0) = 3$  是系统实现全方位运动的必要条件。从矩阵  $\mathbf{R}_0$  的结构分析知,除特殊方向外,系统的运动学方程不仅存在逆解,因矩阵  $\mathbf{R}_0$  满秩,逆解的结构也比较合理,系统具有实现全方位运动的条件,系统可控性、驱动性能好。也就是说,  $\text{rank}(\mathbf{R}_0) = 3$  是四轮系统实现全方位运动的必要条件,而非充分条件。

(2) 系统能否实现全方位运动与系统四个轮之间的结构布局相关。因布局结构参数决定了系统逆

运动学速度雅可比矩阵的秩,也与系统的驱动性能相关。实现全方位运动的系统中,系统驱动性能并非各向同性。当满足  $\text{rank}(\mathbf{R}_0) = 3$  时,系统的逆运动学解存在,即对机器人中心的任意一组广义速度  $(v_x \ v_y \ \omega)^T$ , 都能得到一组与之对应的关节速度  $(\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_4)^T$ , 但并不能得到唯一的逆解。对实际的驱动系统而言,不是任意一组关节速度都能实现系统的有效驱动。如关节速度为  $(0 \ 0 \ 0 \ \omega_4)^T$  时,系统的驱动轮只有一个,其他三轮均处于被动滑动摩擦状态,显然系统难以有效运动。这说明系统不仅要求有逆解存在,且要求逆解合理。JEFRI 等<sup>[8-9]</sup>的试验就证明了这个结论,对于试验中的四轮系统,当系统沿轮对角线运动时,驱动轮只有两个。

(3) 当  $\text{rank}(\mathbf{R}_0) \leq 2$  时,系统不能实现全方位运动,此时系统具有奇异位形。

### 3 轮组布局结构形式分析与优选

对于四轮结构,为使系统运行平稳,支撑结构稳定,一般合理地轮组布局结构形式为矩形,类似小型汽车的轮组结构形式。但由于 Mecanum 轮的特殊结构,轮行走平面可以与行走方向垂直安装。实际应用中,为使制造经济合理,一般四个轮结构参数取相同值,在安装时采取正反向两种安装方式,则实用系统中轮的辘子偏置角只有  $\pm\alpha$  两种(大部分系统中取  $\alpha = 45^\circ$ )。当轮布局结构形式为矩形,存在四轮安装角之间的关系  $\beta_3 = 180^\circ + \beta_1$ ,  $\beta_4 = 180^\circ + \beta_2$ 。因此系统逆雅可比矩阵可以求得。

六种典型四轮布局结构形式如图 3,图 3 中标号 1、2、3、4 的方框表示四个轮子,方框中斜线表示各轮中接触地面时辘子偏置角方向(在俯视图上接触地面的辘子方向与轮上表面的辘子方向相反)。六种布局结构参数及相应的逆运动学解中雅可比矩阵  $\mathbf{R}_0$  的秩  $\text{rank}(\mathbf{R}_0)$ , 列于下表。

由表可知,六种结构中只有图 3a、3b 两种结构的逆雅可比矩阵的秩  $\text{rank}(\mathbf{R}_0) = 3$ , 对应系统具有全方位运动的条件。其他 3 种结构形式的逆雅可比矩阵均不满秩,因而不能实现全方位运动。

根据前面的结论,系统能否实现全方位运动,不仅要看逆雅可比矩阵是否满秩,另外必须考虑系统的驱动性能。图 3a、3b 两种结构的雅可比矩阵都满足列满秩,但在某些特殊方向上驱动性能并不相

表 六 种 布 局 结 构 参 数 与 逆 雅 可 比 矩 阵 秩

	结构参数								矩阵秩				
	$\beta_1/(\circ)$	$\beta_2/(\circ)$	$\beta_3/(\circ)$	$\beta_4/(\circ)$	$\theta_1/(\circ)$	$\theta_2/(\circ)$	$\theta_3/(\circ)$	$\theta_4/(\circ)$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	rank( $R_0$ )
图 3a	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	0	0	0	0	$a$	$-a$	$a$	$-a$	3
图 3b	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	0	0	0	0	$-a$	$a$	$-a$	$a$	3
图 3c	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	0	0	0	0	$-a$	$-a$	$-a$	$-a$	2
图 3d	0	90	180	180	90	0	0	0	$a$	$a$	$-a$	$-a$	2
图 3e	0	90	180	180	90	0	0	0	$-a$	$a$	$-a$	$a$	2
图 3f	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	45	-45	45	-45	$a$	$-a$	$a$	$-a$	2

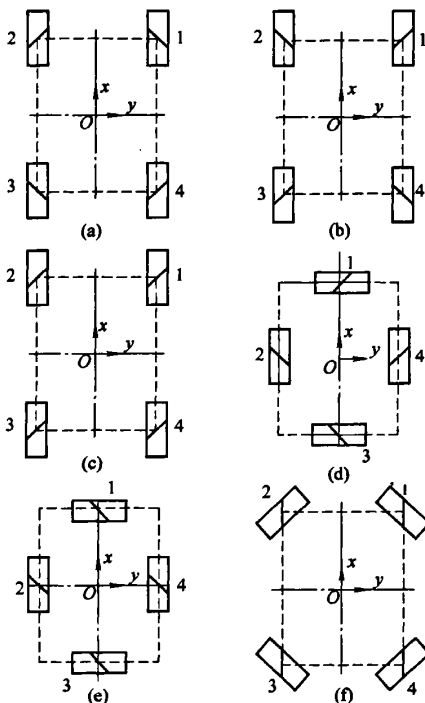


图 3 六 种 四 轮 系 统 结 构 布 局 形

同。对于图 3a 结构形式，如果结构布局正好是正方形，且轮毂上棍子偏置角  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$  时，显然此时四轮轮毂中心  $O'$  点合速度通过系统中心  $O$  点，则不能实现绕系统中心  $O$  点定轴旋转运动，此时系统只能实现 2 自由度运动，即不能实现全方位运动。因此六种布局结构中只有图 3b 才能实现全方位运动，也就是六种布局中最优的。

### 4 结 论

(1) 四轮 Mecanum 轮系统运动速度逆雅可比矩阵满秩是系统实现全方位运动的必要条件，但不是充分条件，能否实现全方位运动还与系统轮组布局结构相关，需要具体分析。

(2) 四轮 Mecanum 轮系统在满足速度逆雅可比

矩阵不满秩时，系统不能实现全方位运动。

(3) 四轮 Mecanum 轮系统的驱动性能及其可控性也与系统结构密切相关。

(4) 六种常见的四轮对称布局结构中，图 3b 所示结构形式是最好的。

### 参 考 文 献

- [1] JORGE A. 机器人机械系统原理理论、方法和算法[M]. 北京：机械工业出版社，2004.  
JORGE A. Mechanism theoretically principle and arithmetic of robot[M]. Beijing: China Machine Press, 2004.
- [2] 熊光明，赵海. 服务机器人发展及若干问题探讨[J]. 液压与机床，2007，35(3): 212-215.  
XIONG Guangming, ZHAO Tao. Development status and several problems of service robots[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2007, 35(3): 212-215.
- [3] 王炎，周大威. 移动式服务机器人及我们的研究[J]. 电气传动，2000(4): 3-7.  
WANG Yan, ZHOU Dawei. Development of mobile service robots and our research work[J]. Electrical Drive, 2000(4): 3-7.
- [4] 张翮，熊蓉. 一种全方位移动机器人的运动分析与控制实现[J]. 浙江大学学报(工学版)，2004，38(12): 1 650-1 653.  
ZHANG He, XIONG Rong. Motion analysis and control realization of omni-directional robot[J]. Journal of Zhejiang University Science(Engineering Science), 2004, 38(12): 1 650-1 653.
- [5] DIEGEL O, BADVE A. Improved mecanum wheel design for omni-directional robots[C]//Proc. of 2002 Australasian Conference on Robotics and Automation, November 27-29, 2002, Auckland. 2002: 117-121.
- [6] GUY C, GEORGES B. Structural properties and classification of kinematics and dynamic models of

(下转第 316 页)

(3) 蜗壳断面面积变化规律直接影响蜗壳内部流速和压力的均匀性, 压力波动可以向上游传播, 进而影响扩压器甚至叶轮的工作, 因此应该仔细设计。

(4) 喉口以及出风筒的设计一定要考虑气流不能有急剧转折, 否则将引起较大的流动损失。

(5) 该规范为工厂以后的蜗壳设计提供了依据, 按照这种方法设计, 可以大幅度地提高每段末级的效率, 大大减少机器运行成本(大型机组每年可节省数百万元), 提高产品的市场竞争力。

### 参 考 文 献

- [1] FATSIS A. Three-dimensional unsteady flow and forces in centrifugal impellers with circumferential distortion of the outlet static pressure[J]. Transactions of the ASME, J. of Turbomachinery, 1997, 119(1): 94-102.
- [2] ABRAHAM Engeda. Experimental and numerical investigation of the performance of a 240 kW centrifugal compressor with different diffusers[J]. Experimental

- Thermal and Fluid Science, 2003, 28(1): 55-72.
- [3] ARTTU Reunanen. Experimental and numerical analysis of different volutes in a centrifugal compressor[D]. Finland: Lappeenranta University of Technology, 2001.
- [4] FINE™ User Manual. FINE™ version 7.1 [M]. Numeca International, 2005.
- [5] 徐忠. 离心式压缩机原理[M]. 北京: 机械工业出版社, 1988.
- XU Zhong. Centrifugal compressor principle[M]. Beijing: China Machine Press, 1988.
- [6] 黄钟岳. 透平式压缩机[M]. 北京: 化学工业出版社, 2004.
- HUANG Zhongyue. Turbine compressor[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2004.

作者简介: 冀春俊, 男, 1962年出生, 博士, 教授。主要研究方向为叶轮机械气体动力学和计算流体力学。

E-mail: chunji@dlut.edu.cn

(上接第310页)

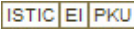
- wheeled mobile robots[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(1): 47-62.
- [7] WEIGEL T, GUTMANN J. Coordinating robots for successful soccer playing[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2000, 18(5): 685-699.
- [8] JEFRI E M S, MOHAMED R. Designing omni-directional mobile robot with mecanum wheel[J]. American Journal of Applied Sciences, 2006, 3(5): 1 831-1 835.
- [9] PETER Xu. Mechatronics design of a mecanum wheeled mobile robot[J]. Cutting Edge Robotics, 2005, 7: 61-74.

- [10] 熊有伦. 机器人技术基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 1996.
- XIONG Youlun. The basic technology of robotics[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1996.

作者简介: 王一治(通信作者), 男, 1966年出生, 博士研究生, 高级工程师。主要研究方向为机器人技术与应用。

Email: wyz@shu.edu.cn

常德功, 男, 1950年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机构设计、智能机械系统。

作者: [王一治](#), [常德功](#), [WANG Yizhi](#), [CHANG Degong](#)  
作者单位: [王一治, WANG Yizhi \(上海大学机械电子工程与自动化学院, 上海, 200072\)](#), [常德功, CHANG Degong \(上海大学机械电子工程与自动化学院, 上海, 200072; 青岛科技大学机械工程学院, 青岛, 266042\)](#)  
刊名: [机械工程学报](#)   
英文刊名: [JOURNAL OF MECHANICAL ENGINEERING](#)  
年, 卷(期): 2009, 45 (5)  
被引用次数: 9次

## 参考文献(10条)

1. [JORGE A](#) [机器人机械系统原理理论、方法和算法](#) 2004
2. [熊光明;赵淘](#) [服务机器人发展及若干问题探讨](#)[期刊论文]-[机床与液压](#) 2007(03)
3. [王炎;周大威](#) [移动式服务机器人及我们的研究](#)[期刊论文]-[电气传动](#) 2000(04)
4. [张翮;熊蓉](#) [一种全方位移动机器人的运动分析与控制实现](#)[期刊论文]-[浙江大学学报\(工学版\)](#) 2004(12)
5. [DIEGEL O;BADVE A](#) [Improved mecanum wheel design for omni-directional robots](#) 2002
6. [GUY C;GEORGES B](#) [Structural properties and classification of kinematics and dynamic models of wheeled mobile robots](#)[外文期刊] 1996(01)
7. [WEIGEL T;GUTMANN J](#) [Coordinating robots for successful soccer playing](#) 2000(05)
8. [JEFRI E M S;MOHAMED R](#) [Designing omni-directional mobile robot with mecanum wheel](#) 2006(05)
9. [PETER Xu](#) [Mechatronics design of a mecanum wheeled mobile robot](#) 2005
10. [熊有伦](#) [机器人技术基础](#) 1996

## 本文读者也读过(9条)

1. [王一治. 常德功. WANG Yizhi. CHANG Degong](#) [Mecanum四轮全方位运动条件及布局结构选择](#)[期刊论文]-[世界科技研究与发展](#)2009, 31(1)
2. [王一治. 钱晋武. 常德功. WANG Yizhi. QIAN Jinwu. CHANG Degong](#) [不平地面上Mecanum轮全方位系统运动学通用模型](#)[期刊论文]-[机械工程学报](#)2009, 45(9)
3. [王一治. 常德功. WANG Yi-zhi. CHANG De-gong](#) [Mecanum轮全方位运动系统的约束条件及奇异位形](#)[期刊论文]-[上海大学学报\(自然科学版\)](#) 2009, 15(2)
4. [贾茜. 王兴松. 周婧. JIA Qian. WANG Xing-song. ZHOU Jing](#) [基于多种控制方式的全方位移动机器人研制](#)[期刊论文]-[电子机械工程](#)2010, 26(4)
5. [王一治. 常德功. WANG Yizhi. CHANG Degong](#) [Mecanum三轮多向行走系统结构与运动原理](#)[期刊论文]-[世界科技研究与发展](#)2008, 30(6)
6. [贾茜. 王兴松. 夏国庆. JIA Qian. WANG Xingsong. XIA Guoqing](#) [Mecanum轮全方位移动机器人的速度修正](#)[期刊论文]-[制造技术与机床](#)2010(11)
7. [夏国庆](#) [Mecanum轮全向移动机器人研制](#)[学位论文]2010
8. [刘洲. 吴洪涛. LIU Zhou. WU Hong-tao](#) [Mecanum四轮全方位移动机构运动分析与仿真](#)[期刊论文]-[中国制造业信息化](#)2011, 40(5)
9. [石维亮. 王兴松. 贾茜. SHI Wei-liang. WANG Xing-song. JIA Qian](#) [基于Mecanum轮的全向移动机器人的研制](#)[期刊论文]-[机械工程师](#)2007(9)

## 引证文献(9条)

1. 陈博翁, 范传康, 贺骥 [基于麦克纳姆轮的全方位移动平台关键技术研究](#)[期刊论文]-[东方电气评论](#) 2013(4)
2. 闫成新 [大型喷浆机器人的雅可比矩阵求解](#)[期刊论文]-[组合机床与自动化加工技术](#) 2010(7)
3. 侯彬, 李亚明 [麦克纳姆轮技术及其在船用轮式设备中的应用](#)[期刊论文]-[船舶工程](#) 2011(3)
4. 王双双, 张豫南, 张健, 张朋 [基于观测器的全方位平台滑模轨迹跟踪控制](#)[期刊论文]-[计算机仿真](#) 2012(10)
5. 周美锋, 吴洪涛 [基于 Mecanum 轮的全方位移动机构研究](#)[期刊论文]-[机械设计与制造工程](#) 2013(10)
6. 李敏, 朱建江 [Mecanum轮滚动阻力因数仿真分析](#)[期刊论文]-[机械制造](#) 2013(9)
7. 曹其新, 杜建军, 冷春涛, 朱笑笑 [用于协作搬运的全方位移动式多AGV系统](#)[期刊论文]-[华中科技大学学报（自然科学版）](#) 2013(z1)
8. 贾茜, 王兴松, 夏国庆 [Mecanum轮全方位移动机器人的速度修正](#)[期刊论文]-[制造技术与机床](#) 2010(11)
9. 刘洲, 吴洪涛 [Mecanum四轮全方位移动机构运动分析与仿真](#)[期刊论文]-[中国制造业信息化](#) 2011(5)

引用本文格式: 王一治, 常德功, WANG Yizhi, CHANG Degong [Mecanum四轮全方位系统的运动性能分析及结构形式优选](#)[期刊论文]-[机械工程学报](#) 2009(5)