

DOI: 10.3901/JME.2009.09.077

不平地面上 Mecanum 轮全方位系统 运动学通用模型

王一治¹ 钱晋武¹ 常德功^{1,2}

(1. 上海大学机械电子工程与自动化学院 上海 200072;

2. 青岛科技大学机电工程学院 青岛 266042)

摘要: Mecanum 轮运动系统无需转向轮能实现平面上全方位运动。具有特殊结构的 Mecanum 轮全方位系统运行在不平地面上时, 轮与地面接触状态是变化的, 机体与地面不平度的耦合, 使机体存在除平面运动外的附加姿态角运动, 因此建立在平面上的三维运动学模型不能描述其运动学特征。为使系统能在具有局部不平度的结构化环境中运行, 必须建立在不平地面条件下 Mecanum 轮系统的运动学模型。通过分类分析轮与地面的接触状态与接触图形, 用矢量变换结合笛卡尔坐标变换方法分析给出 Mecanum 全方位系统在不平地面上运动的六维运动学模型, 并分析系统在不平地面上实现全方位行走的条件。分析指出, 该六维运动模型既适用于不平地面, 也适用于平坦平面, 因此该六维运动学模型是一种通用运动模型。

关键词: 不平地面 Mecanum 轮 全方位运动 运动学通用模型

中图分类号: TP242.3

General Kinematics Model of Motion System with Mecanum Wheels on Uneven Floor

WANG Yizhi¹ QIAN Jinwu¹ CHANG Degong^{1,2}

(1. School of Mechatronics Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072;

2. College of Electromechanical Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266042)

Abstract: Motion system with Mecanum wheels can move in omni-direction on flat floor without needing steering wheels. When it moves on uneven floor, because of the variety of touch state and the coupling between wheels and uneven floor, the system has an additional attitude angle motion besides the plane motion, so the system motion characteristics cannot be described by three-dimensional kinematics model. In order to study the kinematics model which can be applied on uneven floor, the touch state is cataloged and the system motion characteristics are analyzed, then six-dimensional kinematics model is presented according to vector and coordinate transform method and the necessary motion conditions of the Mecanum wheel system are elucidated. It is proved that the six-dimensional kinematics model is suitable not only for plane floor but also for uneven floor, so it is the general kinematics model.

Key words: Uneven floor Mecanum wheel Omni-directional motion General kinematics model

0 前言

Mecanum 轮全方位行走系统不需要转向轮就能实现平面上 3 自由度运动^[1], 系统的机动性及避障能力好, 在足球机器人^[2]及服务机器人^[3]中得到

较多的应用。对 Mecanum 轮全方位运动系统, JORGE^[1]用旋量方法给出了平面上三维运动学模型。GUY 等^[4-5]用矩阵变换方法给出了笛卡尔坐标下的三维运动学方程。JEFRI 等^[6]和 PETER^[7]分别用试验方法研究了 Mecanum 轮全方位运动系统的平面运动性能和动力学性能。前述建立的 Mecanum 轮系统运动学理论模型是三维的, 只适用于描述系统在平坦平面上的运动特性, 试验也仅研究了平坦

平面上的运动特性。

服务机器人的基本运行环境是楼宇结构化环境^[8]，楼宇内外人工结构化环境中，机器人运行的平面大部分是由人工水泥地面或木质地面构成的较为平坦的硬质地面，此时应用前述的三维运动学模型可以得到合理的运动学解。但楼宇内外环境中还存在局部不平，如残疾人通道斜面与平面的过渡段、地面装修而形成的小台阶、人行道地板砖之间的沟槽或浮雕图案等不平几何结构，这些局部不平度对普通充气轮胎来说不存在很大的障碍，但对于具有特殊结构的 Mecanum 轮运动系统却有较大的影响。这是因为两者轮结构原理有很大的不同^[9]，Mecanum 轮的轮缘是由一圈与轮毂轴线有一定角度的可自由旋转的辊子构成，与地面接触面是由有限数量的辊子母线包络形成的不连续曲面^[10]，且辊子是硬质的，在平面上行走时轮与地面接触方式是点接触，对不平地面更加敏感。因而上述建立在平坦平面上的 Mecanum 轮系统运动学模型已不能适用于不平地面。在不平地面上 Mecanum 轮系统的运动学性能已有明显的不同。

为了拓宽 Mecanum 全方位运动系统的应用范围，使得其能在楼宇环境中自由行走。本文研究 Mecanum 轮系统在不平地面上运动的运动学性能，探讨 Mecanum 轮系统在不平地面上的运动学条件，进而求得通用于平面及不平地面的运动学通用模型。

1 Mecanum 轮与不平地面的接触状态

不平地面类型不同引起轮与地面的接触状态不同，系统运动学特性也不同。

1.1 不平地面类型

不平地面类型分以下4类，如图1所示。

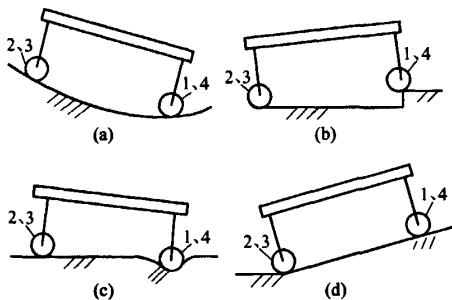


图1 不平地面类型

(1) 连续缓变的不平地面(图1a)。因长期使用磨损而造成。

(2) 小台阶(图1b)。地面装饰造成的较小的地面

台阶，如地毯等。一般高度差小于车轮辊子半径。

(3) 局部的凹陷或突起(图1c)。地板砖上的图案花纹或砖与砖之间的接缝等。

(4) 斜坡边界(图1d)。入口通道斜面或无障碍通道与地面的边界。

1.2 轮与地面接触图形

根据 Mecanum 轮的结构特点，轮与地面接触部位及接触图形(接触图形指轮缘与地面接触点构成的简单几何图形)不同，系统的运动学特性和运动维数也不同。对应于轮与地面的4种接触状态，分别说明轮地4种接触图形如下。

(1) 接触图形为一条平行于轮轴的直线，其位置正好处于轮轴正下方(图2a中虚线)。这是在平坦平面上 Mecanum 轮与地面的接触图形。对应图1d中轮1、4。

(2) 接触图形为一条直线，该线不在轮轴的正下方(图2b中虚线)。对应于图1a中四轮及图1b、1c中轮2、3。

(3) 接触图形为两条直线，与轮轴平行(图2c中虚线)。对应于图1d中轮2、3。

(4) 接触图形为片状，其位置是随机的(图2d中虚线)。轮与软质地面接触(如地毯等)时，会出现这种接触图形。对应于图1c中轮1、4。

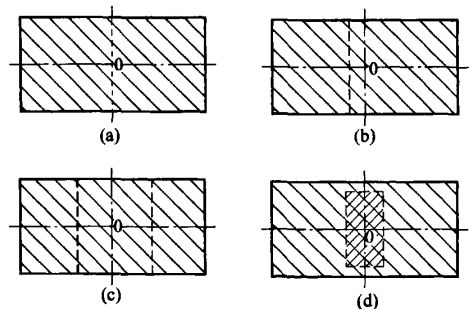


图2 轮地接触图形

2 不平地面上 Mecanum 轮系统运动学解析

2.1 车轮与辊子的速度关系

设系统所有 n 个轮都处于不平地面上，且与地面的接触位置和图形是任意的。某瞬时轮 i 与地面接触图形中某作用点设为 E_i ，并设点 E_i 不在轮轴正下方，根据 Mecanum 轮的结构特点，必然存在一条直线通过 E_i 点与辊子轴及轮轴相交，其交点分别为 R_i 、 Q_i ，下文称直线 $O_i E_i$ 为轮 i 与地面的作用线，如图3。

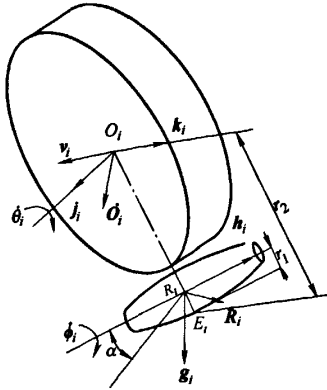


图3 Mecanum 轮辍子与轮辍速度关系

图3中, r_1 、 r_2 表示轮、辍子的作用半径; j_i 、 k_i 表示过点 O_i 垂直于 O_iE_i 正交单位矢量, j_i 方向同轮辍轴线; g_i 、 h_i 表示过点 R_i 垂直于 O_iE_i 正交单位矢量, h_i 方向同辍子轴线; θ_i 、 ϕ_i 表示轮辍及辍子的角速度, 方向分别由矢量 j_i 、 h_i 按右手定则确定; \dot{O}_i 、 \dot{R}_i 表示过 O_i 、 R_i 点的合速度矢量; v_i 表示点 O_i 对点 R_i 的相对速度矢量; α_i 表示 j_i 与 h_i 所夹锐角, 定义为辍子偏置角。

根据图3, 有

$$\dot{O}_i = v_i + \dot{R} \tag{1}$$

$$\dot{R}_i = -r_2(\dot{\theta}_i k_i + \dot{\phi}_i g_i) \tag{2}$$

$$v_i = -\dot{\theta}_i(r_1 - r_2)k_i \tag{3}$$

由式(1)~(3)得

$$\dot{O}_i = -r_1\dot{\theta}_i k_i - r_2\dot{\phi}_i g_i \tag{4}$$

由矢量的定义有

$$g_i h_i = 0 \quad k_i h_i = \sin \alpha \tag{5}$$

式(4)点乘 h_i , 有

$$\dot{O}_i = -r_1\dot{\theta}_i \sin \alpha h_i \tag{6}$$

式(6)表示 Mecanum 轮转速 $\dot{\theta}_i$ 与轮辍轴上 O_i 点之间的速度变换关系。

2.2 车轮与机体参考点的运动学关系

如图4, 设点 C 是小车运动参考点, C 点在所有轮轴形成的平面上, 该平面称为参考平面。分别固定在 C 点和 O_i 点的笛卡尔坐标系为 $Cxyz$ 和

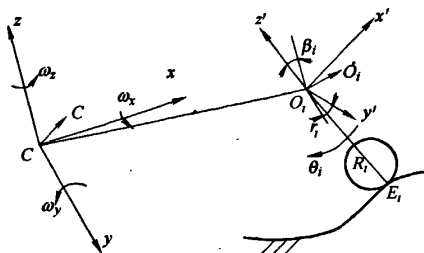


图4 轮与运动中心的速度关系

$O_i x'y'z'$, 且使 $Cxyz$ 的 z 轴与参考平面垂直, x 轴指向前进方向。 z' 轴与接触作用法线 O_iE_i 同轴, y' 轴同矢量 j 。设 i 轮的轮辍轴线与 y 轴夹角是 γ_i , 即 y' 轴与 y 轴夹角。

图4中, γ_i 表示 j 与 x 轴夹角; β_i 表示 O_iE_i 与 z 轴夹角; d_{ix} 、 d_{iy} 表示 O_i 点在 $Cxyz$ 中坐标分量。

R 表示 $O_i x'y'z'$ 到 $Cxyz$ 的旋转矩阵; h'_i 表示矢量 h_i 平移到 O_i 点, 且在 $O_i x'y'z'$ 中表示的矢量。令

$$\dot{C} = (\dot{C}_x \quad \dot{C}_y \quad \dot{C}_z \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z)^T$$

$$\theta = (\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_n)^T$$

$$R\dot{O}_i = (\dot{O}_{ix} \quad \dot{O}_{iy} \quad \dot{O}_{iz})^T$$

有

$$\dot{O}_{ix} = \dot{C}_x + \omega_z d_{iy} \tag{7}$$

$$\dot{O}_{iy} = \dot{C}_y - \omega_z d_{ix} \tag{8}$$

$$\dot{O}_{iz} = \dot{C}_z + \omega_y d_{ix} - \omega_x d_{iy} \tag{9}$$

因

$$R = R(y, \beta_i) R(z, \gamma) =$$

$$\begin{pmatrix} \cos \beta_i \cos \gamma_i & \cos \beta_i \sin \gamma_i & \sin \beta_i \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ -\sin \beta_i \cos \gamma_i & \sin \beta_i \sin \gamma_i & \cos \beta_i \end{pmatrix}$$

$$h'_i = (\sin \alpha \quad -\cos \alpha \quad 0)^T$$

$$R\dot{O}_i = R \cdot (-r_1 \sin \alpha \cdot h_i) = -r_1 \sin \alpha \cdot R h'_i$$

由式(6)~(9)得

$$\dot{C}_x + \omega_z d_{iy} = [-r_1 \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \gamma_i) \cdot \cos \beta_i] \dot{\theta}_i \tag{10}$$

$$\dot{C}_y - \omega_z d_{ix} = [r_1 \sin \alpha \cos(\alpha + \gamma_i)] \dot{\theta}_i \tag{11}$$

$$\dot{C}_z + \omega_y d_{ix} - \omega_x d_{iy} = [r_1 \sin \alpha \sin(\alpha + \gamma_i) \sin \beta_i] \dot{\theta}_i \tag{12}$$

式(10)~(12)即为所求系统运动学关系。

2.3 系统六维运动学模型

设轮 i 中心点在坐标系 $Cxyz$ 中的坐标是 (l_{ix}, l_{iy}) , 综合式(10)~(12), 用矩阵形式表示系统的六维运动学方程为

$$J_1 \dot{C} = J_2 \theta \tag{13}$$

$$J_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -d_{1y} & d_{1x} & d_{1y} - d_{1x} \\ 1 & 1 & 1 & -d_{2y} & d_{2x} & d_{2y} - d_{2x} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & -d_{ny} & d_{nx} & d_{ny} - d_{nx} \end{pmatrix}_{n \times 6}$$

$$J_2 = -r_1 \sin \alpha \begin{pmatrix} j_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & j_{ii} & \vdots \\ 0 & \dots & j_{nn} \end{pmatrix}_{n \times n}$$

$$j_{ii} = \sin(\alpha - \gamma_i) \cos \beta_i - \sin(\alpha + \gamma_i) \sin \beta_i - \cos(\alpha + \gamma_i)$$

$$d_{ix} = l_{ix} + r_1 \sin \beta_i \quad d_{iy} = l_{iy} \quad i=1,2,\dots,n$$

式(13)表述了 Mecanum 轮系统在不平地面上六维运动学方程,即系统中心运动速度 \dot{C} 到轮关节速度矢量 θ 之间的映射关系。

2.4 平坦平面上的系统三维运动方程

当 Mecanum 轮系统在平坦平面上运动时,因所有轮与地面的接触法向角 $\beta_i = 0$, 参考点 $\dot{C}_z = 0$, 系统运动模型可简化为

$$J_1^r(\dot{C}_x \quad \dot{C}_y \quad \omega_z)^T = J_2^r(\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dots \quad \dot{\theta}_n)^T \quad (14)$$

$$J_1^r = \begin{pmatrix} 1 & 1 & l_{1y} - l_{1x} \\ 1 & 1 & l_{2y} - l_{2x} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & l_{ny} - l_{nx} \end{pmatrix}_{n \times 3}$$

$$J_2^r = -r_1 \sin \alpha \begin{pmatrix} j'_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & j'_{ii} & \vdots \\ 0 & \dots & j'_{nn} \end{pmatrix}_{n \times n}$$

$$j_{ii} = -\cos(\alpha + \gamma_i) \quad i=1,2,\dots,n$$

式(14)即平坦平面上 n 轮 Mecanum 全方位系统运动学模型。显然该模型与文献[2-3]给出的模型具有相同的形式。也就是说,式(14)是式(13)的特例。

2.5 不平地面上实现全方位运动的条件

对于不平地面上的运动系统,含有 3 个速度分量 \dot{C}_z 、 ω_x 、 ω_y 的关系式(12)只反映了基体的姿态改变。考察系统能否实现全方位运动,只要分析不显含 \dot{C}_z 、 ω_x 、 ω_y 运动量的公式(10)、(11)即可。式

(10)、(11)用矩阵形式表述为

$$J_1^r(\dot{C}_x \quad \dot{C}_y \quad \omega_z)^T = J_2^r(\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dots \quad \dot{\theta}_n)^T \quad (15)$$

$$J_1^r = \begin{pmatrix} 1 & 1 & d_{1y} - d_{1x} \\ 1 & 1 & d_{2y} - d_{2x} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & d_{ny} - d_{nx} \end{pmatrix}_{n \times 3}$$

$$J_2^r = -r_1 \sin \alpha \begin{pmatrix} j'_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & j'_{ii} & \vdots \\ 0 & \dots & j'_{nn} \end{pmatrix}_{n \times n}$$

$$j'_{ii} = \sin(\alpha - \gamma_i) \cos \beta_i - \cos(\alpha + \gamma_i)$$

$$d_{ix} = l_{ix} + r_1 \sin \beta_i \quad d_{iy} = l_{iy} \quad i=1,2,\dots,n$$

从系统参考平面内的运动模型式(14)知,对 n 轮全方位系统,当 j'_{ii} 不全为 0 时,必存在逆矩阵 $(J_2^r)^{-1}$, 则对于任意一组系统运动中心速度 $(\dot{C}_{xy} \quad \omega_z)^T$, 均可求得唯一不全为 0 的关节速度矢

量 θ 。也就是说系统在不平地面上具有实现 3 自由度全方位运动的必要条件,但不是充分条件,对一个具体的运动系统而言,实现全方位运动且使系统可控,还与系统轮系的结构布局相关,需要结合轮结构与轮组布局结构具体分析。

3 问题讨论

(1) 因 Mecanum 轮是硬质轮,轮与地面的接触图形是指同时与地面接触点集。Mecanum 轮在行走过程中,即使在水平地面上,轮与地面的接触点 E_i 是沿轮轴方向周期性移动的,因而实际的 d_{iy} 值有微小的变化。用 l_{iy} 代替 d_{iy} 必然存在一定的模型误差,该误差在平面运动模型中同样存在。这是 Mecanum 轮特有的运动误差,不论在平坦平面或不平地面上,运动模型中均未考虑。在不平地面上,只要实时测得系统实际接触法向角 β_i , 其他参数都是已知的,从而通过上述模型能够确定系统的瞬时运动状态,而 β_i 值可通过传感器组合实现实时检测。

(2) 通用运动模型的条件之一是假定轮辍子与地面不存在打滑现象。因 Mecanum 轮是不连续的硬质轮,实际运行中打滑现象不可避免,尤其在不平地面上系统的重心存在上下波动状态,打滑现象会相对突出。但打滑现象是轮式非完整约束系统中的共同特性,难以定量描述。因此模型中未予考虑。

4 结论

(1) 当 Mecanum 系统在不平地面上运动时,轮与不平地面的耦合使得系统产生姿态角运动,因此不平地面上系统运动状态必须用六维速度矢量 $(\dot{C}_x \quad \dot{C}_y \quad \dot{C}_z \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z)^T$ 才能完整描述。

(2) 不论在平坦地面或不平地面上行走的 Mecanum 轮系统均能用式(13)统一描述。平坦平面上 Mecanum 全方位系统三维运动模型式(14)只是式(13)的特例。即式(13)是反映 Mecanum 轮系统运动学性能的通用模型。

(3) Mecanum 轮系统在不平地面上运动仍具有实现全方位运动的必要条件,但不是充分条件,系统实现全方位运动还必须具备适当的轮结构布局形式。

参 考 文 献

- [1] JORGE A. 机器人机械系统原理理论、方法和算法[M]. 北京:机械工业出版社,2004.

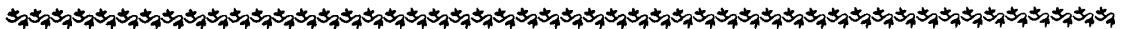
- JORGE A. Mechanism theoretically principle and arithmetic of robotics[M]. Beijing: China Machine Press, 2004.
- [2] 张翻, 熊蓉. 一种全方位移动机器人的运动分析与控制实现[J]. 浙江大学学报(工学版), 2004, 38(12): 1 650-1 653.
- ZHANG He, XIONG Rong. Motion analysis and control realization of omni-directional robot[J]. Journal of Zhejiang University Science(Engineering Science), 2004, 38(12): 1 650-1 653.
- [3] 王仲民, 储健. 一种智能医疗机器人行走机构的研究[J]. 机械设计与制造, 2004, 12(5): 88-89.
- WANG Zhongmin, CHU Jian. The research on walking organization of an intelligent robot[J]. Machinery Design & Manufacturing, 2004, 12(5): 88-89.
- [4] GUY C, GEORGES B. Structural properties and classification of kinematics and dynamic models of wheeled mobile robots[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(1): 47-62.
- [5] WEIGEL T, GUTMANN J. Coordinating robots for successful soccer playing[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2000, 18(5): 685-699.
- [6] JEFRI E M S, MOHAMED R. Designing omni-directional mobile robot with mecanum wheel[J]. American Journal of Applied Sciences, 2006, 3(5): 1 831-1 835.
- [7] PETER Xu. Mechatronics design of a mecanum wheeled mobile robot[J]. Cutting Edge Robotics, 2005, 7: 61-74.
- [8] 李开生, 张慧慧. 国外服务机器人的发展动态和前景[J]. 制造业自动化, 2000, 22(6): 1-4.
- LI Kaisheng, ZHANG Huihui. The definition of the service robot oversea[J]. Manufacturing Automation, 2000, 22(6): 1-4.
- [9] DIEGEL O, BADVE A. Improved mecanum wheel design for omni-directional robots[C]//Proc. of 2002 Australasian Conference on Robotics and Automation, November 27-29, 2002, Auckland. 2002: 117-121.
- [10] KILLOUGH S M, PIN F G. A new family of omnidirectional and holonomic wheel platforms for mobile robots[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1994, 10(4): 480-489.

作者简介: 王一治(通信作者), 男, 1966年出生, 博士研究生, 高级工程师。主要研究方向为机器人技术与应用。

E-mail: shuwyz@126.com

钱晋武, 男, 1962年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机器人技术、计算机辅助外科和数字医疗技术、智能材料与结构。

常德功, 男, 1950年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机构设计、智能机械。

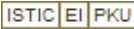


(上接第 76 页)

参 考 文 献

- [1] 熊有伦, 尹周平, 熊蔡华, 等. 机器人操作[M]. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2002.
- XIONG Youlun, YIN Zhouping, XIONG Caihua, et al. Robot manipulation[M]. Wuhan: Hubei Science & Technology Press, 2002.
- [2] 理查德·摩雷, 李泽湘, 厦恩卡·萨思特里. 机器人操作的数学导论[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.
- MURRAY R M, LI Zexiang, SASTRY S S. A mathematical introduction to robotic manipulation[M]. Beijing: China Machine Press, 1998.
- [3] LEE H Y, LIANG C G. A new vector theory for the analysis of spatial mechanisms[J]. Mechanisms and Machine Theory, 1988, 23(3): 209-217.
- [4] HUNT K H. Kinematic geometry of mechanisms[M]. New York: Oxford University Press, 1978.
- [5] GAO Yong, CHEN Weihai, LU Zhen, et al. Kinematic analysis and simulation of a cockroach robot[C]//2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, May 23-25, 2007, Harbin, China. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 1 208-1 213.
- [6] 赵杰, 刘玉斌, 蔡鹤皋. 一种运动旋量逆解子问题的求解及其应用[J]. 机器人, 2005, 27(2): 163-167.
- ZHAO Jie, LIU Yubin, CAI Hegao. Solution for one type of inverse kinematics sub-problem in screw theory and its application[J]. Robot, 2005, 27(2): 163-167.
- [7] BALL R S. A treatise on the theory of screws[M]. New York: Cambridge University Press, 1900.
- [8] PADEN B. Kinematics and control robot manipulators[D]. Berkeley: University of California Berkeley, 1986.
- 作者简介: 钱东海, 男, 1971年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为机器人控制、机器人规划、计算机视觉。发表论文 20 余篇。
- E-mail: dhqian@21cn.com

不平地面上Mecanum轮全方位系统运动学通用模型

作者: 王一治, 钱晋武, 常德功, WANG Yizhi, QIAN Jinwu, CHANG Degong
作者单位: 王一治, 钱晋武, WANG Yizhi, QIAN Jinwu(上海大学机械电子工程与自动化学院, 上海, 200072), 常德功, CHANG Degong(上海大学机械电子工程与自动化学院, 上海, 200072; 青岛科技大学机电工程学院, 青岛, 266042)
刊名: 机械工程学报 
英文刊名: JOURNAL OF MECHANICAL ENGINEERING
年, 卷(期): 2009, 45(9)
被引用次数: 2次

参考文献(10条)

1. JORGE A [机器人机械系统原理理论、方法和算法](#) 2004
2. 张翮;熊蓉 [一种全方位移动机器人的运动分析与控制实现](#)[期刊论文]-[浙江大学学报\(工学版\)](#) 2004(12)
3. 王仲民;储健 [一种智能医疗机器人行走机构的研究](#)[期刊论文]-[机械设计与制造](#) 2004(05)
4. GUY C;GEORGES B [Structural properties and classification of kinematics and dynamic models of wheeled mobile robots](#)[外文期刊] 1996(01)
5. WEIGEL T;GUTMANN J [Coordinating robots for successful soccer playing](#) 2000(05)
6. JEFRI E M S;MOHAMED R [Designing omni-directional mobile robot with mecanum wheel](#) 2006(05)
7. PETER Xu [Mechatronics design of a mecanum wheeled mobile robot](#) 2005
8. 李开生;张慧慧 [国外服务机器人的发展动态和前景](#)[期刊论文]-[制造业自动化](#) 2000(06)
9. DIEGEL O;BADVE A [Improved mecanum wheel design for omni-directional robots](#) 2002
10. KILLOUGH S M;PIN F G A [new family of omnidirectional and holonomic wheel platforms for mobile robots](#) 1994(04)

本文读者也读过(10条)

1. 王一治. 常德功. WANG Yi-zhi. CHANG De-gong [Mecanum轮全方位运动系统的约束条件及奇异位形](#)[期刊论文]-[上海大学学报\(自然科学版\)](#) 2009, 15(2)
2. 贾茜. 王兴松. 夏国庆. JIA Qian. WANG Xingsong. XIA Guoqing [Mecanum轮全方位移动机器人的速度修正](#)[期刊论文]-[制造技术与机床](#)2010(11)
3. 王一治. 常德功. WANG Yizhi. CHANG Degong [Mecanum四轮全方位系统的运动性能分析及结构形式优选](#)[期刊论文]-[机械工程学报](#)2009, 45(5)
4. 石维亮. 王兴松. 贾茜. SHI Wei-liang. WANG Xing-song. JIA Qian [基于Mecanum轮的全向移动机器人的研制](#)[期刊论文]-[机械工程师](#)2007(9)
5. 贾茜. 王兴松. 周婧. JIA Qian. WANG Xing-song. ZHOU Jing [基于多种控制方式的全方位移动机器人研制](#)[期刊论文]-[电子机械工程](#)2010, 26(4)
6. 王一治. 常德功. WANG Yizhi. CHANG Degong [Mecanum四轮全方位运动条件及布局结构选择](#)[期刊论文]-[世界科技研究与发展](#)2009, 31(1)
7. 夏国庆 [Mecanum轮全向移动机器人研制](#)[学位论文]2010
8. 王一治. 常德功. WANG Yizhi. CHANG Degong [Mecanum三轮多向行走系统结构与运动原理](#)[期刊论文]-[世界科技研究与发展](#)2008, 30(6)
9. 关利赢. 郝鑫. 常力欣. 贾巨民. 孙跃鹏. GUAN Li-ying. HAO Xin. CHANG Li-xin. JA Ju-min. SUN Yue-peng [万向电动叉车螺旋滚轮轮体设计](#)[期刊论文]-[军事交通学院学报](#)2009, 11(2)
10. 刘洲. 吴洪涛. LIU Zhou. WU Hong-tao [Mecanum四轮全方位移动机构运动分析与仿真](#)[期刊论文]-[中国制造业信](#)

引证文献(2条)

1. 陈文科, 陈志, 王志, 高艳雯, 田甜, 高玉秀 万向电动底盘控制系统设计[期刊论文]-农业机械学报 2013(6)
2. 周美锋, 吴洪涛 基于 Mecanum 轮的全方位移动机构研究[期刊论文]-机械设计与制造工程 2013(10)

引用本文格式: 王一治, 钱晋武, 常德功, WANG Yizhi, QIAN Jinwu, CHANG Degong 不平地面上Mecanum轮全方位系统运动学通用模型[期刊论文]-机械工程学报 2009(9)