

## 第四章 区域分析

图像中的区域是指相互连结的具有相似特性的一组像素. 由于区域可能对应场景中的物体, 因此, 区域的检测对于图像解释十分重要. 一幅图像可能包含若干个物体, 而每一个物体又可能包含对应于物体不同部位的若干个区域. 为了精确解释一幅图像, 首先要把一幅图像划分成对应于不同物体或物体不同部位的区域.

### 4. 1 区域和边缘

图像区域划分有两种方法: 一种是基于区域的方法, 另一种是使用边缘检测的轮廓预估方法. 在基于区域的方法中, 把所有对应于一个物体的像素组合在一起, 并进行标记, 以表示它们属于一个区域, 这一处理过程称为分割. 在某一评判标准下, 把像素分配给某一区域, 就可以把这些像素同图像其余部分分开. 图像分割中的两个最基本的原则是数值相似性和空间接近性. 如果两个像素具有相似的强度特性, 或它们之间十分靠近, 则可以把它们分配到同一区域, 例如, 两个像素之间的数值相似性度量可以是它们的灰度值之差, 也可以是区域灰度值分布; 它们的空间接近性度量可以是欧几里德距离, 也可以是区域致密度.

相似性和接近性原则来源于如下假设: 同一物体上的点投影到图像上得到的像素点在空间上十分靠近, 且具有相似的灰度值. 很显然, 这一假设并不是在任何情况下都成立. 然而可以使用这一假设来组合图像中的像素, 然后利用相关域知识来匹配物体模型和区域. 在简单的情况下, 可以通过阈值法和连通成份标记法来进行图像分割, 这一点在第三章讨论过了. 对于复杂的图像, 可以使用更高级的方法实现图像分割.

分割也可以通过求取区域边界上的像素来进行. 这些像素点(也称为边缘)可以通过搜寻邻近像素的方法来得到. 由于边缘像素是在边界上, 在边界两边的区域具有不同的灰度值, 这样, 区域的边界可以通过测量邻近像素差值来求取. 尽管边缘检测可能使用诱导特性(如纹理和运动)来检测边缘. 但大多数边缘检测器仅使用强度特性作为边缘检测的基础.

在理想的图像中, 一个区域是由一条封闭轮廓线包围着. 原则上, 区域分割和边缘检测应该产生相同的结果, 即使用边界跟踪算法可以得到区域的边缘(或封闭的轮廓线); 反过来, 使用区域填充算法也可以得到边缘所包围的区域. 但在实际的图像中, 很少能够从区域中得到正确的边缘, 反之亦然. 由于噪声和其它因素的影响, 不论是区域分割还是边缘检测, 都无法提供完整的信息.

本章将讨论区域的基本概念, 主要集中在两个问题上: 图像分割和区域表示.

### 4. 2 分割

已知一幅图像像素集  $I$  和一个一致性谓词  $P(\cdot)$ , 求图像  $I$  表示成  $n$  个区域  $R_i$  集合的一种划分:

$$\bigcup_{i=1}^n R_i = I \quad (4.1)$$

一致性谓词和图像划分具有如下特性, 即任何区域满足如下谓词:

$$P(R_i) = \text{True} \quad (4.2)$$

任何两个相邻区域不能合并成单一区域，必满足谓词：

$$P(R_i \cup R_j) = \text{False} \quad (4.3)$$

一致性谓词  $P(\cdot)$  定义了区域  $R_i$  上的所有点与区域模型的相似程度。

把一幅灰度图像转换成二值图像是图像分割的最简单形式。用于求取二值图像的阈值算法可以推广到求取多值图像，其中的阈值算法已经在第三章中讨论过了。为了在各种变化的场景中都能得到鲁棒的图像分割，阈值分割算法应根据图像强度取样来自动选取合适的阈值。阈值分割法不要过分依赖于物体的灰度知识，且使用有关灰度值的相对特性来选取合适的阈值。这一简单的思想在许多计算机视觉算法中十分有用。

## 4.2.1 自动阈值化法

为了使分割更加鲁棒，系统应能自动选择阈值。基于场景中的物体、环境和应用域等知识的图像分割算法比基于固定阈值算法更具有普遍性。这些知识包括：对应于物体的图像灰度特性，物体的尺寸，物体在图像中所占的比例，图像中不同类型物体的数量等。图像灰度直方图就是一种灰度特性，它是指图像所有灰度值出现的相对频率。

使用上述知识并在无人介入的情况下自动选取阈值的方法称为自动阈值化方法。自动阈值化算法通常使用灰度直方图来分析图像中灰度值的分布，并使用特定应用域知识来选取最合适的阈值。由于所用的知识具有普遍性，因此大大增加了算法的应用范围。

假设一幅图像中包含有  $n$  个物体  $O_1, O_2, \dots, O_n$ ，包括背景，并假设不同的区域  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$  的灰度值具有概率分布函数  $p_1(z), p_2(z), \dots, p_n(z)$ 。在许多应用中，物体在图像中出现的概率  $P_1, P_2, \dots, P_n$  也许是已知的。使用这些知识来严格地计算阈值是完全可能的。由于场景中的照明控制着图像中强度值的概率分布函数  $p_i(z)$ ，因此预先计算阈值是不可能的。我们将看到，大多数自动阈值的选取算法使用了物体尺寸和出现概率，并通过计算灰度直方图估算强度分布。

下面将讨论几种常用的自动阈值化方法。为了简化表示，我们将遵循物体在图像中的表示惯例，即物体相对于光亮背景是黑的。也就是说，低于某一阈值的灰度值属于物体，而高于这一阈值的灰度值属于背景。下面将要讨论的算法稍作改动就可以应用到其它场合，如光亮物体相对于黑暗背景，灰暗物体相对于光亮和黑暗背景，光亮或黑暗物体相对于灰暗背景。一些算法还可以推广到由任意像素值集合组成的物体。

### (1) 模态方法

如果图像中的物体具有同一灰度值，背景具有另一个灰度值，图像被零均值高斯噪声污染，那么就可以假定灰度分布曲线是由两个正态分布函数  $(\mu_1, \sigma_1^2)$  和  $(\mu_2, \sigma_2^2)$  叠加而成。图像直方图将会出现两个分离的峰值，如图 4.1 所示。在理想恒定灰度值情况下， $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ，其直方图为两条线分别对应两个峰值，这时的阈值可以设置在两个最大值之间的任何位置。在实际应用中，两个最大值并不是分得很开，此时需要检测直方图曲线的波谷和波峰，并把阈值设置成波谷对应的像素值。可以证明，当物体的尺寸和背景相等时，这样选取阈值可使误分类概率达到极小值。在大多数情况下，由于直方图在波谷附近的像素很稀疏，因此，阈值的选取对图像分割影响不大。

这一方法可推广到具有不同灰度均值的多物体图像中。假设有  $n$  个物体，其强度值的正态分布参数为  $(\mu_1, \sigma_1^2), (\mu_2, \sigma_2^2), \dots, (\mu_n, \sigma_n^2)$ ，背景也服从正态分布  $(\mu_0, \sigma_0^2)$ 。如果这些均值明显的不同，方差值很小，且没有小尺寸物体，那么图像直方图将包含  $n+1$  个波峰，并可确定波谷的位置  $T_1, T_2, \dots, T_n$ ，落入每一个间隔  $(T_i, T_{i+1})$  中的所有像素被分配给对应的物体，如图 4.2 所示。

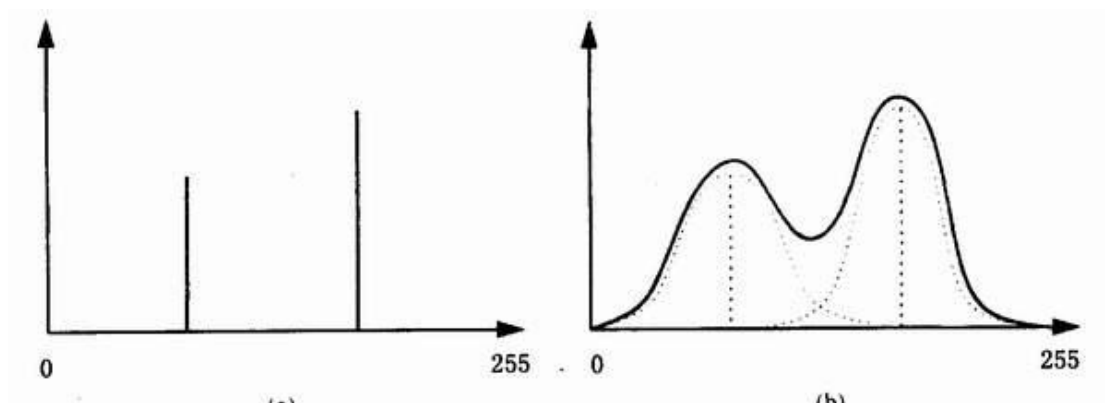


图 4. 1(a) 理想情况下，背景和物体的灰度值可以分的很开。  
(b)大多数情况下，物体和背景强度值相互重叠。

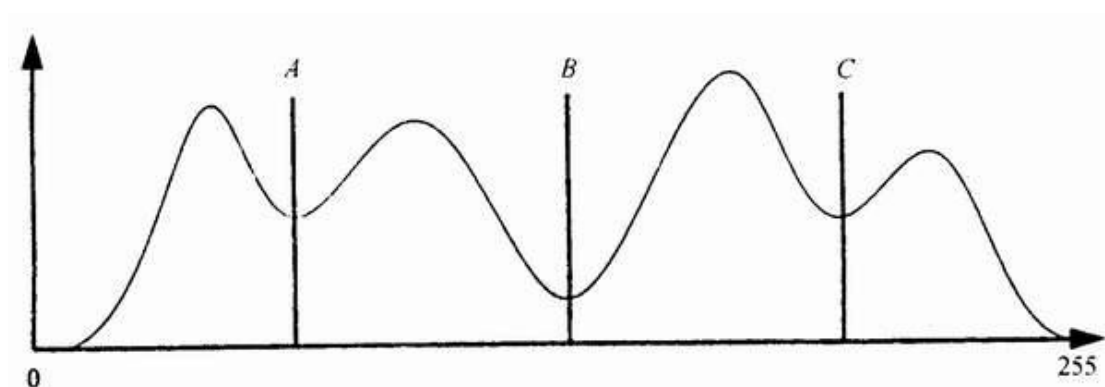


图 4. 2 具有不同灰度值的多物体图像直方图

## (2) 迭代式阈值选择

迭代式阈值选择方法如下：首先选择一个近似阈值作为估计值的初始值，然后连续不断地改进这一估计值。比如，使用初始阈值生成子图像，并根据子图像的特性来选取新的阈值，再用新阈值分割图像，这样做的效果将好于用初始阈值分割的图像。阈值的改进策略是这一方法的关键。算法 4. 1 给出了这一方法的步骤。

### 算法 4. 1 迭代式阈值选择算法

选择一个初始阈值的估算值  $T$ ，比如，图像强度均值就是一个较好的初始值。

利用阈值  $T$  把图像分割成两组， $R_1$  和  $R_2$ 。

计算区域  $R_1$  和  $R_2$  的均值  $\mu_1, \mu_2$ 。

选择新的阈值  $T$

$$T = \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)$$

重复 2—4 步，直到  $\mu_1$  和  $\mu_2$  的均值不再变化。

## (3) 自适应阈值化方法

如果场景中的照明不均匀，那么上述的自动阈值化方法就不能使用。显然，在这种情况下，一个阈值无法满足整幅图像的分割要求。处理不均匀照明或不均匀灰度分布背景的直接方法是首先把图像分成一个个小区域，或子图像，然后分析每一个子图像，并求出子图像的阈值。比如，把图像分成  $m \times m$  个子图像，并基于第  $ij$  子图像的直方图来选择该子图像的阈值  $T_{ij}$  ( $1 \leq i, j \leq m$ )，图像分割的最后结果是所有子图像分割区域的逻辑并。这一算法如图 4.3 所示。

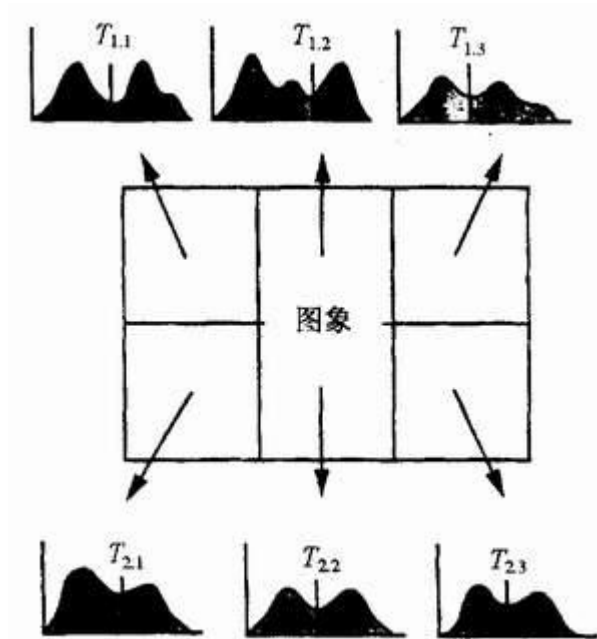


图 4.3 基于子图像(直方图的自适应阈值化处理示意图)

#### (4) 变量阈值化方法

在不均匀照明条件下的另一种实用的阈值化方法是使用简单的函数，如平面、二次曲面等，来逼近不均匀照明下的物体图象与背景图象之间的分界面。分界面在很大程度上是由背景灰度值确定的。例如，图 4.4 (a) 是在不均匀照明下获取的图像，其中物体上一部分点的灰度值大于背景点的灰度值，而物体的另一部分点的灰度值则小于背景点的灰度值，图 4.4 (d) 和 (e) 是取直方图的两个波谷值  $T = 85$  和  $T = 165$  作为阈值得到的二幅二值图象。显然，不存在一个阈值可以很好地分割图像。如果用一个平面来拟合背景灰度值，则目标很容易从背景中分离出来，如图 4.4 (f) — (j) 所示。原图像与背景拟合平面之差形成规范化图像，在规范化图像中，目标的灰度值大于背景灰度值，即图像直方图有显著的波谷存在，因此，目标很容易从背景图像中分离出来。

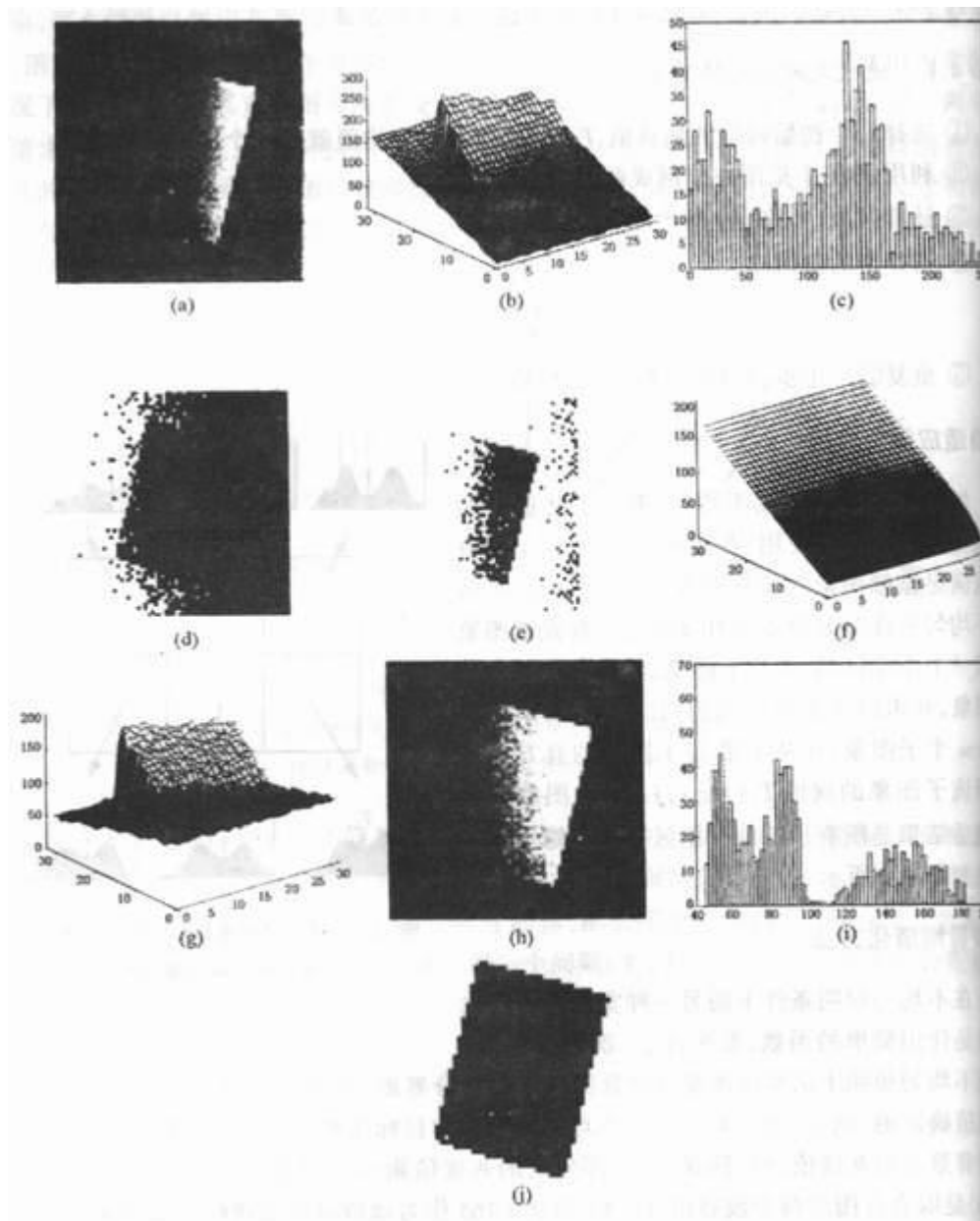


图 4.4 用变量阈值化方法处理图 4.3(a)的结果。(a) 原始图像和平面近似函数的差值图像(即规范化图像), (b) 规范化图像直方图, (c) 阈值化图像  $T=53$ , (d) 阈值化图像  $T=80$

#### (5) 双阈值方法

在许多应用中, 属于物体的某些灰度值是已知的。然而, 可能还有一些灰度值或者属于物体, 或者属于背景。在这种情况下, 人们可能使用一个保守一点的阈值  $T_1$  来分离物体图像, 称之为物体图像核, 然后, 使用有关算法来增长物体图像。增长物体图像的方法取决于特定的应用, 通常使用另一个阈值来吸收那些图像核像素的邻接像素, 或用图像强度特性(如直方图)来决定属于物体区域上的那些点, 一种简单的方法是吸收低于第二个阈值  $T_2$  并且与原先物体图像点相联结的所有点。算法 4.2 概括了这一算法。

#### 算法 4.2 区域增长的双阈值算法

1. 选择两个阈值  $T_1$  和  $T_2$ 。
2. 把图像分割成三个区域:  $R_1$ , 包含所有灰度值低于阈值  $T_1$  的像素;  $R_2$ , 包含所有灰度值位于阈值  $T_1$  和  $T_2$  之间的像素;  $R_3$ , 包含所有灰度值高于阈值  $T_2$  的像素。
3. 查看分配给区域  $R_2$  中的每一个像素。如果某一像素邻接区域  $R_1$ , 则把这一像素

重新分配给  $R_1$  .

4. 重复步骤 3 直到没有像素被重新分配.
5. 把区域  $R_2$  剩下的所有像素重新分配给  $R_3$  .

在算法 4. 2 中, 区域  $R_1$  是区域核, 区域  $R_2$  是边缘区 (也称中间区或过渡区), 区域  $R_3$  是背景. 把边缘区域中邻接核区域的像素点归并到核区域, 使核区域得到增长. 核区域增长结束后, 剩下哪些不属于核区域的像素为背景像素. 区域增长的双重阈值算法体现了灰度相似性和空间接近性. 边缘区的像素灰度值十分接近核区域像素灰度值是由于两个区域的像素点集合在直方图意义下是相邻的, 而边缘区的像素在空间上接近核区域像素是由于它们是邻接点.

## 4. 2. 2 直方图方法的局限性

我们已经讨论了用图像直方图信息来选择用于图像分割的阈值. 这一方法在物体图像具有恒定灰度值的情况下特别有用. 如果场景中不同部分具有不同的照明, 那么, 即使图像中仅包含有一个物体, 也无法用一个阈值来分割图像. 在这种情况下, 我们应该使用有效的分割方法, 或者说, 在每一个子图像中独立地选择阈值. 现在也有一些基于图像直方图的启发式方法. 但对于复杂的图像, 这些方法仍然不能适用.

基于直方图的图像分割方法没有利用图像强度的空间信息, 因此, 在本质上存在着局限性. 直方图仅描述了图像强度分布, 因此具有不同灰度空间分布的图像可能具有类似的直方图. 例如, 用直方图无法区分随机分布的黑白点图像、黑白棋格图像和黑白各半的图像. 直方图的全局特性限制了其在复杂图像中的应用. 直方图完全没有考虑由于物体表面的连续性而使得物体图像点常常在空间上非常密集这一特点.

## 4. 3 区域表示

区域有许多应用, 也有许多种表示方法. 不同的表示方法有着不同的应用. 一些应用只需计算单个区域, 而另一些则需要计算图像各区域的关系. 本节将讨论几种区域表示方法并研究它们的特性. 需要指出, 区域完全可以表示成封闭轮廓, 有关表示方法将在第七章讨论.

大多数区域表示方法可以归纳为下面三种类型: 阵列表示, 层级表示, 基于特征的区域表示.

### 4. 3. 1 阵列表示

区域表示的基本形式是一个与原始图像一样大小的阵列, 阵列元素表示像素所属区域. 这样, 如果阵列元  $[i, j]$  具有标记  $a$ , 那么对应的图像像素就属于区域  $a$ . 这种表示的最简单例子是二值图像, 其中每个像素属于区域 0 或属于区域 1.

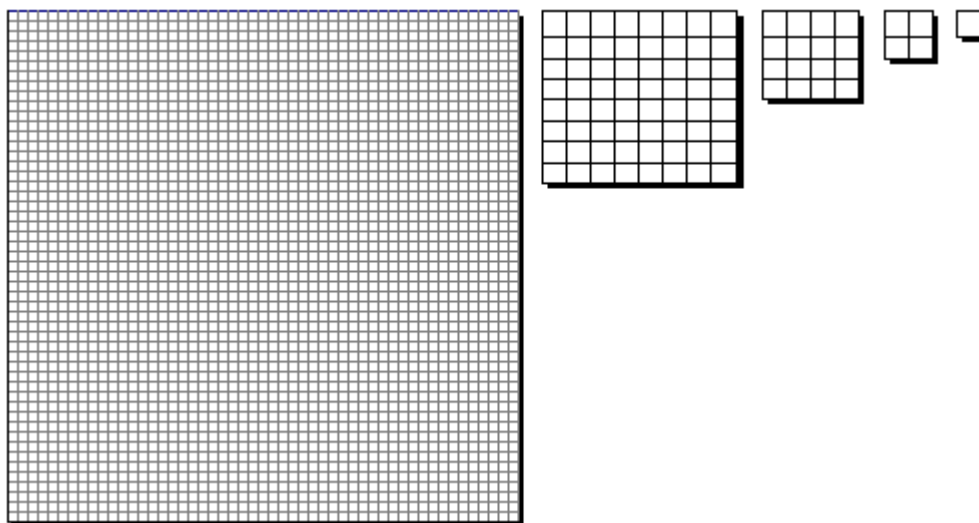
另一种表示方法是使用模板 (mask) 或比特位图 (bitmap). 每一个区域对应一个二值图像, 称之为模板, 表示图像中哪些像素属于该区域. 把模板重叠在原始图像上, 可以求得对应区域的强度特性. 这种方法的一个优点是可以处理不确定性问题, 即像素的区域属性不能确切地定义时, 允许该像素属于一个或一个以上的区域. 在一个以上的区域 (模板) 中, 该像素值皆为 1. 阵列表示方法包含了图画或图像中的区域信息, 而符号信息没有被明显地表示出来.

### 4. 3. 2 层级表示

图像可以用多种不同的分辨率来表示。显然，降低图像的分辨率可以降低阵列的尺寸，但要丢失一些信息，使得信息恢复工作比较困难。然而，降低分辨率可以降低对存储器容量和计算速度的要求。图像的层级表示可以是多分辨率表示。在许多应用中，首先在低分辨率下进行图像特性计算，然后在高分辨率上对图像某一选定区域再进行精细计算。多级图像表示也在图像浏览中得到了广泛地应用。下面我们给出两种常用的图像层级表示方法，金字塔型和四叉树型。

#### (1) 金字塔型

$n \times n$  阵列图像的金字塔型 (pyramid) 表示包含了原图像和原图像的  $k$  个递减图像，其中  $n$  是 2 的指数幂，其它图像分别是  $n/2 \times n/2$ ,  $n/4 \times n/4$ ,  $\dots$ ,  $1 \times 1$  阵列。在图像的金字塔型表示中， $L$  层的像素是通过对  $L+1$  层的若干像素组合得到的。在顶层或 0 层，图像表示为单一像素；而底层则是原始图像或未被递减的图像。某一层的一个像素表示下一层的几个像素的合成信息。图 4. 5 所示的是一幅图像及其金字塔型递减图像。其中金字塔型图像是通过求简单的  $2 \times 2$  邻域的均值得到。当然，构想其它策略来获取递减分辨率图像是完全可能的。同样，以非线性的方法来构造金字塔型表示方法也是可能的。需要补充说明的是，整个金字塔型图像满足维数为 2 的线性阵列 ( $2^{2 \times \text{级数}}$ )。



(a)



(b)

图 4. 5 图像多分辨率表示示意图。(a)递减分辨率的图像是通过求四个像素的平均值得到的；(b) 原图像为  $512 \times 512$  的多分辨率表示

## (2) 四叉树型

四叉树 (quad tree) 被认为是二值图像金字塔型表示的扩展,它包含了三种类型的节点: 白、黑和灰度. 一个四叉树是通过不断地分裂图像得到的. 一个区域可以分裂成大小一样的四个子区域, 如图 4. 6 所示. 对于每一个子区域, 如果其所有点或者是黑的, 或者是白的, 则该区域不再进行分裂; 但如果同时包含有黑白两种点, 则认为该区域是灰度区域, 可以进一步分裂成四个子区域. 通过这种不断分裂得到的图像就可用树型结构表示. 分裂过程不断进行, 直到树中没有灰度区域. 树结构中的每一个节点或者是一个树叶, 或者包含有四个子节点, 故称为四叉树.

四叉树在立体数据库中的应用在不断地增加. 把一幅光栅图转化为一个四叉树以及把一个四叉树转化为一幅光栅图的算法也有若干. 最近几年人们致力于用代码表示四叉树, 以减少指针对存储空间的需求.



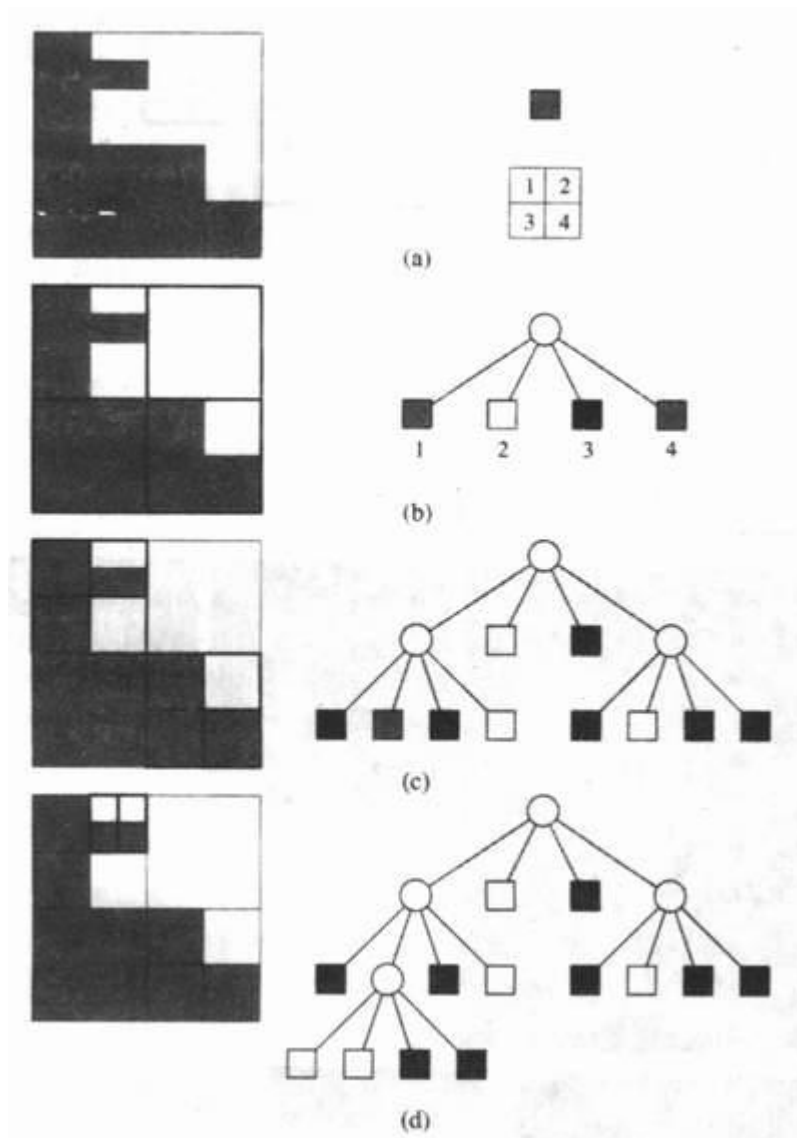


图 4.6 建立四叉树. (a) 原始图像; (b) 把原始图像分裂成为四个子区域; (c) 分裂图像(b)中的灰度区域成为四个子区域; (d) 分裂最后一个灰度区域, 得到最后的四叉树.

### 4. 3. 3 基于特征的区域表示

一个区域可以使用其特征来表示. 一些常用的特征有: 最小外接矩形、中心、矩、欧拉数等. 其它的图像特征也经常在图像区域表示中使用, 如, 灰度均值、方差等. 另外, 与应用有关的区域特征也可以用来表示区域. 如果我们要解释一幅图像, 则图像表示还应该包含有相邻区域的关系.

### 4. 3. 4 图像分割数据结构

为了实现用于图像分割的区域合并和分裂算法 (见 4. 4 节), 所生成的区域必须以某种数据结构保存. 合并和分裂运算要使用区域之间的边界信息以及区域的总体特性, 因此, 为了更容易地处理区域特征, 人们提出许多相应的数据结构. 在本节, 我们将讨论几种用于区

域合并和分裂的数据结构.

### (1) 区域邻接图

区域邻接图 (region adjacency graphs, RAG) 表示图像中区域与区域之间的关系, 它主要强调由区域构成的图像的划分和每一个划分的特性. 区域的不同特性可以存贮在不同的节点数据结构中. RAG (见图 4.7) 中的节点表示区域, 节点之间的弧线表示区域的公共边界. RAG 强调区域的邻接性, 因此在图像分割中起着关键的作用. RAG 形成的基本过程是: 在进行基于灰度值等基元特性的初始分割后, 将分割结果表示为 RAG, 然后, 可以再组合区域以得到更好的分割. 算法 4.3 给出了产生 RAG 的步骤.

#### 算法 4.3 区域邻接图生成算法

扫描阵列  $a$  并在每一个像素角标  $[i, j]$  完成下列各步,

让  $r_1 = a[i, j]$ ,

查看像素在  $[i, j]$  的邻接像素  $[k, l]$ . 对每一个邻近像素, 进行下一步,

让  $r_2 = a[k, l]$ , 如果  $r_1 \neq r_2$ , 在区域邻接图的节点  $r_1$  和  $r_2$  之间增加一条弧线.

在某些场合, 也可能用到区域邻近图的对偶图. 在对偶图的表示中, 节点表示边界, 而弧线则表示被边界分割的区域.

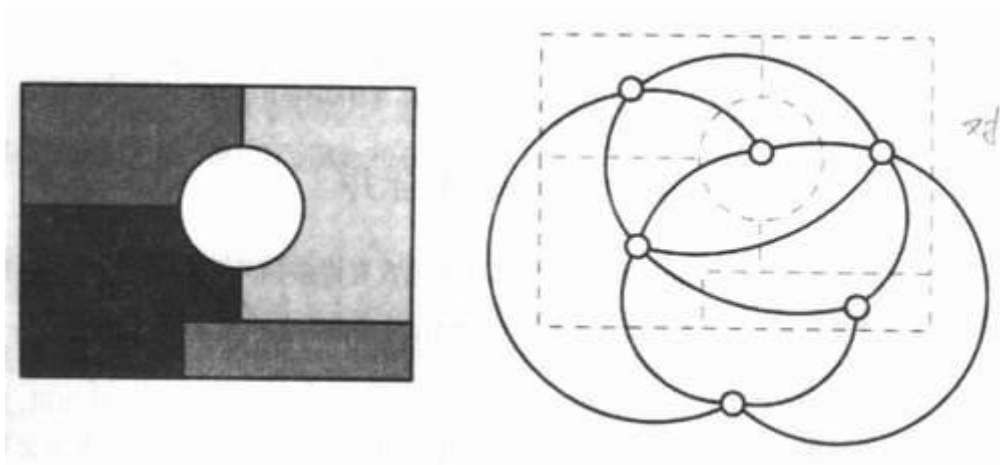


图 4.7 用于图像分割的区域邻接图. 左图: 已分割的图像, 右图: 区域邻接图

### (2) 超级网格

在某些应用中, 希望把分割信息存贮在图像阵列中. 在这种情况下表示边界会遇到一些问题. 直观地看, 边界应位于两个邻接区域的像素之间. 然而, 在图像阵列表示中, 边界只能用实际的像素来表示. 解决这一问题的方法是引进超级网格, 如图 4.8 所示. 如果原始图像是  $n \times n$ , 那么超级网格就是  $(2n+1) \times (2n+1)$  阵列. 每一个像素被八个位于超级网格上的非像素点包围. 非像素点用来表示两个像素之间的边界, 以及边界的方向. 这就大大简化了合并和分裂运算.

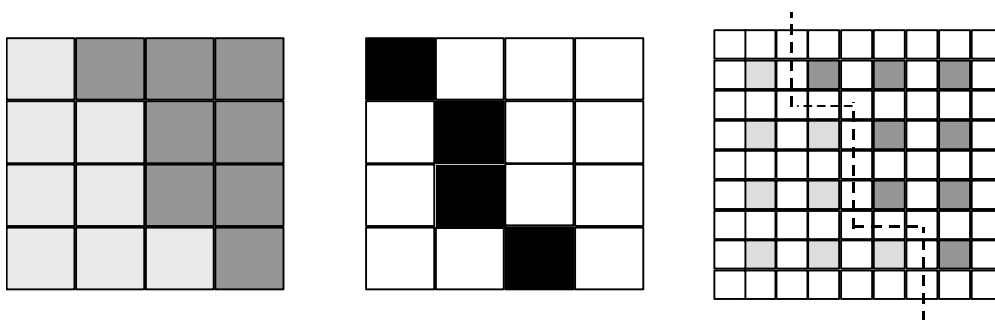


图 4.8 超级网格区域表示. 左: 图像网格; 中: 传统的边界表示; 右: 超级网格表示

## 4. 4 分裂和合并

具有恒定灰度的区域，阈值化算法的输出也常常包含有许多额外的区域。造成这一问题的主要原因是高频噪声和不同区域灰度值的缓变。

在基于灰度特征进行区域的初始分割后，所得到的区域可能需要进一步细化分割或修正处理。目前已经有了许多种处理的方法，其中的一些方法是使用了相关域知识，另一些方法则使用了图像处理知识。区域的进一步细化分割可以由人通过计算机界面交互地进行，也可以由计算机自动来完成。在计算机自动细化分割中，必须使用有关物体的特性、图像的特性等知识。

使用分裂和合并的组合算法可以实现自动细化分割运算。分裂和合并运算是通过合并属于同一物体的邻接区域来消除错误的边界和虚假的区域，同时可以通过分裂属于不同物体的区域来增添丢失的边界。

### 4. 4. 1 区域合并

合并运算就是把相似的区域组合起来。算法 4. 4 是一种合并运算的高层算法，该算法可以用于各种相似区域的测量。

算法 4. 4 区域合并算法

使用阈值法（或其它简单的方法）进行图像的初始区域分割，然后进行连通域标记，

建立图像的 RAG，

对于图像中的每一个区域，完成下列步骤：

- a. 查看是否与邻接区域相似，
- b. 合并相似的区域，并修改 RAG

重复步骤 3，直到没有区域可以合并。

然而，当使用这一简单算法时，也可能遇上麻烦。例如，一幅图像具有三个邻接区域  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，相似性谓词分别确定  $A$  和  $B$  是相似的， $B$  和  $C$  是相似的，但  $A$  和  $C$  不相似。在合并相似区域时，尽管  $A$  和  $C$  这两个区域并不相似，但分别合并  $A$ 、 $B$  和  $B$ 、 $C$  这样的局部决策会把三个区域合并成单一区域。在这种情况下，我们必须在区域合并前，考虑附加的区域特征。

合并算法中最重要的运算是确定两个区域的相似性。评判区域相似性方法有许多。广义地说，评判相似性的方法可以基于区域的灰度值，也可以基于区域边界的强弱性，也许还包含着这些区域的空间邻近性。

评价邻接区域的相似性有两种方法：

1. 比较它们的灰度均值。如果灰度均值无法用预先设置的灰度值来区分，则可以认为它们相似，并确定为合并的候选区域。这一方法的改进形式是使用曲面拟合方法，以便确定是否存在一个曲面来逼近区域。
2. 假设灰度值服从概率分布，根据相邻区域是否具有相同的概率分布函数考虑是否合并它们。这一方法使用了假设—检验方法来评判邻接区域的相似性（下面将详细讨论）。

（1）合并统计意义下的相似区域

这种方法将考虑两个相邻区域的统计特性，以便决定是否合并它们。假设图像中的区域具有恒定灰度值，并且被独立、加性和零均值高斯噪声污染，所以灰度值服从正态分布。假定两个相邻区域  $R_1$  和  $R_2$  分别包含有  $m_1$ ， $m_2$  个点，有两种可能的假设：

$H_0$ ：两个区域属于同一物体。在这种情况下，两个区域的灰度值都服从单一高斯分布  $(\mu_0, \sigma_0^2)$ 。

$H_1$ ：属于不同物体的区域。在这种情况下，每一个区域的灰度值服从不同的高斯分布

$(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $(\mu_2, \sigma_2^2)$ 。

一般情况下，上面所述参数是未知的，但可以使用样本来估计。例如，当区域包含有  $n$  个像素，每个像素灰度值为  $g_i, i=1,2,\dots,n$ ，服从正态分布：

$$p(g_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(g_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (4.4)$$

这些参数的最大似然估计方程为：

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i \quad (4.5)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (g_i - \hat{\mu})^2. \quad (4.6)$$

在假设  $H_0$  下，所有的像素独立服从同一个分布  $N(u_0, \sigma_0^2)$ 。在  $H_0$  下的联合概率密度是：

$$\begin{aligned} p(g_1, g_2, \dots, g_{m_1+m_2} | H_0) &= \prod_{i=1}^{m_1+m_2} p(g_i, H_0) \\ &= \prod_{i=1}^{m_1+m_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(g_i-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_0)^{m_1+m_2}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^{m_1+m_2} (g_i-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_0)^{m_1+m_2}} e^{-\frac{(m_1+m_2)}{2}}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

在假设  $H_1$  下，属于区域  $R_1$  的  $m_1$  个像素服从分布  $N(u_1, \sigma_1^2)$ ，属于区域  $R_2$  的  $m_2$  个像素服从分布  $N(u_2, \sigma_2^2)$ 。在这一假设下，联合分布密度函数为：

$$p(g_1, g_2, \dots, g_{m_1}, g_{m_1+1}, \dots, g_{m_1+m_2} | H_1) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_1)^{m_1}} e^{-\frac{m_1}{2}} \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_2)^{m_2}} e^{-\frac{m_2}{2}} \quad (4.8)$$

似然比  $L$  定义为两种假设下的概率密度之比：

$$\begin{aligned} L &= \frac{p(g_1, g_2, \dots, | H_1)}{p(g_1, g_2, \dots, | H_0)} \\ &= \frac{\sigma_0^{m_1+m_2}}{\sigma_1^{m_1} \cdot \sigma_2^{m_2}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

在上面方程中，参数  $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$  可由方程 4.5 和 4.6 通过使用  $m_1 + m_2$  个像素估计得到，其中  $m_1, m_2$  分别是区域  $R_1$  和  $R_2$  的像素。如果似然比低于某一阈值，说明这两个区域可以合并为一个区域。

这一方法也可用于边缘检测。由于似然比可以指出两个区域是否分离，因此，也就指示出两个区域之间是否存在一条边界。对于边缘检测，一个像素点任意一侧区域的似然比可用于探测边缘的存在。

现在有许多似然比的修正公式，并在许多应用中起着十分重要的作用。似然比是在区域为恒定灰度值的假设下推导出来的，恒定灰度值（由于噪声）服从正态分布。也可以假设灰度分布不是恒定值，而是平面分布或是二次曲面分布，由此推导似然比，并可得到类似的应用。

## 4. 4. 2 区域分裂

如果区域的某些特性不是恒定的,则区域应该分裂.基于分裂方法的图像分割过程是从最大的区域开始,在许多情况下,常常把整个图像作为起始分裂的图像.算法 4. 5 给出了图像分裂的一种算法.

区域分裂前,必须明确二个问题,一是确定什么情况下区域的特性不恒定,二是如何分裂这样的区域,使得分裂后的子区域特性值恒定.这些问题与应用域有关,须在特定应用领域中有关区域特性的基础上讨论.在某些应用场合,灰度的变化量常常作为灰度值接近恒值程度的度量.在其它的一些应用中,可用拟合函数来逼近灰度值,拟合函数与实际的灰度值之差可作为区域相似度的度量.

分裂区域要比确定区域灰度值是否恒定难的多.一种用于区域分割的最佳边界确定方法是在区域内考虑边缘强度测量.最容易的区域分裂方法是把区域分割成固定数量的等尺度区域,称为常规分解方法.在 4. 3. 2 节讨论的四叉树图像表示方法就是常规分解方法的一个例子.

算法 4. 5 区域分裂算法

形成初始区域

对图像的每一个区域,连续执行下面两步:

(a) 计算区域灰度值方差

(b) 如果方差值大于某一阈值,则沿着某一合适的边界分裂区域.

需要指出,四叉树方法不能直接用于非二值图像的分割,必须经过修正后才能使用.也就是说,决定区域是否分裂的基础不是黑白区域,而是图像方差.一般说来,区域分裂比其合并更困难.

## 4. 4. 3 分裂和合并

分裂和合并运算可以同时进行,也就是说,用阈值化方法预分割后,连续进行分裂和合并,最后得到图像的精确分割.分裂和合并组合算法对分割复杂的场景图像十分有用.引入应用域知识,可以提高分裂和合并算法的有效性.

假定把一幅图像分割成为若干区域,形成区域集,  $\{R_k\}$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , 按照有关区域的谓词逻辑  $P$  的性质,区域上的所有像素将是一致的.谓词表示了区域中像素之间的相似性.例如,在区域中使用灰度方差来定义谓词:

$$P(R) = \begin{cases} 1 & \text{方差小于某一值} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (4. 10)$$

区域分割的分裂和合并算法见算法 4. 6

算法 4. 6 区域分割的分裂与并合算法:

设整幅图像为初始区域

选一个区域  $R$ , 如果  $P(R)$  错误,则把该区域分裂成四个子区域

考虑图像中任意两个或更多的邻接子区域  $R_1, R_2, \dots, R_n$

如果  $P(R_1 \cup R_1 \cup \dots \cup R_n)$  正确,则把这  $n$  个区域合并成一个区域.

重复以上各步,直到不能再进行区域分裂和合并.

## 4. 5 区域增长

在许多图像中,单个区域内的灰度值不是完全恒定的,因此需要更复杂的算法来进行

图像分割. 其中最好的算法是那些基于如下假设的算法, 即图像可以划分成区域, 而区域可以用简单函数模型化. 将这种想法用于图像分割是很自然的.

由第 4. 2 节提出的分割问题可导出如下算法: 寻找初始区域核, 并从区域核开始, 逐渐增长核区域, 形成满足一定约束的较大的区域. 例如, 一致性谓词是基于区域灰度的平面或二次曲面函数拟合. 然而, 在一般情况下, 一致性谓词是基于图像区域的特征, 如, 平均强度、方差、纹理和颜色等. 这一算法概括在算法 4. 7.

该算法首先把图像分割成  $n \times n$  个区域, 其中  $n$  的典型值为 5 到 9. 如果一个平面函数或一个二次曲面函数可以同时拟合两个相邻区域, 则并合这两个区域. 平面和二次曲面模型是一些基函数的线性组合, 其中基函数包含了各阶双变量多项式. 所以, 模型可以表示为:

$$f(x, y, a, m) = \sum_{i+j \leq m} a_{ij} x^i y^j \quad (4. 11)$$

其中模型的阶数  $m$  限制在  $0 \leq m \leq 2$  也就是说, 区域的模型只有平面和二次曲面函数.

一致性谓词是基于区域中点与区域模型之间的距离:

$$\chi^2(R, a, m) = \sum_{c, y \in R} d^2(x, y, a, m) \quad (4. 12)$$

其中距离是通常的 欧几里德距离:

$$d^2(x, y, a, m) = [g(x, y) - f(x, y, a, m)]^2. \quad (4. 13)$$

在图像平面中, 点  $(x, y)$  处的灰度值  $g(x, y)$  是图像在那一位置的像素灰度值. 已知点集  $R$ , 求解模型的阶数  $m$  和模型参数  $a$  使得误差函数  $\chi^2(R, a, m)$  最小. 实际上这是一个最小二乘法问题, 可以通过奇异值分解求解. 关于奇异值分解的详细讨论见文献[196].

算法 4. 7 基于平面和二次曲面模型的区域增长算法

1. 把图像划分成初始区域核
2. 用平面模型拟合每一个区域核. 如果  $\chi^2$  误差足够小, 则接收这一区域核及其模型, 否则, 拒绝接收.
3. 对每一个区域, 通过区域模型向邻接区域外插, 求取与该区域兼容的所有点. 兼容点定义为:

$$C_i^{(k)} = \{(x, y) | d^2(x, y, a, m) \leq \varepsilon \text{ 且 } (x, y) \text{ 是 } R_i^{(k)} \cup C_i^{(k)} \text{ 的一个 } 4\text{-邻域}\}$$

其中  $\varepsilon$  是兼容阈值

4. 如果没有兼容点, 则增加模型阶数,  $m \leftarrow m+1$ . 如果模型阶数大于最大的模型阶数, 停止区域增长; 否则, 回到第三步, 继续区域增长.
5. 形成新的区域, 重新用相同阶数的模型拟合新区域, 计算拟合最佳度  $\chi^2(R_i^{(k+1)}, a, m)$ .
6. 计算区域模型的新老拟合最佳度之差:

$$\rho^{(k+1)} = \chi^2(m, a^{(k+1)}, R_i^{(k+1)}) - \chi^2(m, a^{(k)}, R_i^{(k)})$$

7. 如果  $\rho^{(k+1)} < T_1$ , 回到第三步, 继续区域增长.
8. 增加模型阶数,  $m \leftarrow m+1$ . 如果模型阶数大于最大的模型阶数, 停止区域增长.
9. 用新的模型阶数再拟合区域模型. 如果拟合误差增加, 接收新的模型阶数, 回到第 3 步, 继续区域增长, 否则, 停止区域增长.

在对组合点集进行曲面拟合前, 必须检测点对曲面片的兼容性, 主要原因是最小二乘法拟合对局外点 (outlier) 十分敏感. 如果在拟合前, 把一个局外点加到区域中, 则曲面片会由于局外点发生严重变形, 以至于无法拟合那些真正属于区域的点.

一般说来, 事先不可能知道如何把一幅图像分割成几个可用明显不同的曲面片模型化的区域, 因为这是分割本身要解决的问题, 但是求取区域核的方法有许多, 可以使用严格的方法来保守地求取区域核, 可以使用保守的阈值化方法求取区域核, 可以使用域知识和图像的特性建立复杂的方法来求取初始区域核, 例如在距离图像中, 微分几何特性可以用来求取初始区域核. 使用一些图像的一般特性来识别这些区域核也是一种有效的方法, 比如, 可以首先把图像分割成  $7 \times 7$  的区域核, 然后用曲面片拟合这些区域核, 根据曲面片拟合的  $\chi^2$  误差

函数决定是否接收这一区域核。如果一个 $7 \times 7$ 曲面片被拒绝，那么可以用一个 $5 \times 5$ 曲面片来代替，以便得到高的分辨率。区域增长是通过接收兼容点来实现的。如果区域的曲面片可以扩展到包容距离曲面片不远的一些点，则这些点与区域是兼容的，得到区域兼容点后，曲面片可以重新拟合由原区域和兼容点共同组成的新区域。

一个点可能属于一个或一个以上的区域，这一不确定性问题通过选择模型后处理过程来解决。在区域增长的经典方法中，要求每一个点最多只能属于一个区域。体现这一约束的途径是修改现有算法，使得一个区域接收来自另一个区域的点可以同时改善这两个区域曲面片模型的拟合效果。更精确地说，把一个点从一个区域分配到另一个区域的条件是这两个区域的表面拟合组合误差最低。

早先讨论的经典区域分割方法可以认为是区域增长技术，其中曲面片仅限于常数。换句话说，所用的假设条件是图像中的区域几乎是常数，图像可以划分成分段常数图像强度区域。推广这一假设条件到变化的图像强度场合，可以得到更复杂的分割算法，可以处理由于阴影而产生的更真实的图像强度变化。