

Mecanum 轮运动控制简述

由四个 Mecanum 轮构成的全向移动机器人可以在平面内沿任意方向、任意轨迹进行连续运动。可以完全控制机器人在平面运动的三个自由度，包括两个水平运动分量和一个自身姿态旋转分量。与普通的差动轮相比，Mecanum 轮能产生一个相对于轮体的轴向分力，通过调节各个轮子驱动电机的转向和转速，形成一个与地面固定坐标系成一定角度的合力，进而即可实现了整个轮系的全方位运动。

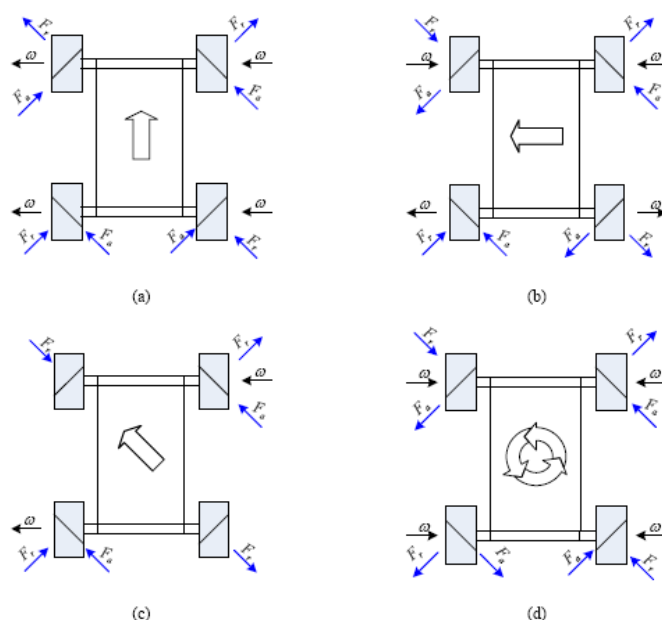


图 1 全方位移动原理

图为移动机器人的四轮组合及运动分析图，由图可见全向移动机器人的车轮组合情况。其中 F_a 为轮子滚动时小辊子受到轴向的摩擦力； F_r 为小辊子做从动滚动时受到的滚动摩擦力（相比于 F_a 较小，可忽略）； ω 为各轮转动的角速度矢量。箭头表示机器人的运动方向。为讨论 mecanum 的运动特性，建立机器人坐标系如图 2 所示（俯视图）。轮子按逆时针方向依次编号为 C_1, C_2, C_3, C_4 ，X，Y 轴分别沿轮的轴向和径向。

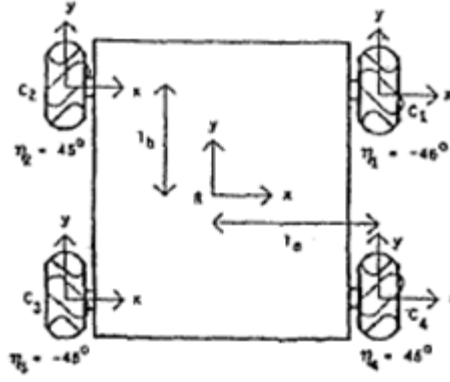


图 2 受力分析

机器人逆运动学方程为：

$$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{R} \begin{pmatrix} -1 & 1 & (l_a + l_b) \\ 1 & 1 & -(l_a + l_b) \\ -1 & 1 & -(l_a + l_b) \\ 1 & 1 & (l_a + l_b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{vx} \\ R_{vy} \\ R_{\omega} \end{pmatrix}$$

其中 R 为 mecanum 轮的半径, l_a, l_b 为机器人长宽的一半。 $\omega_i (i=1,2,3,4)$ 表示第 i 个轮的转速, $(R_{vx}, R_{vy}, R_{\omega})^T$ 表示机器人 x, y 方向的速度及角速度。正运动学方程为：

$$\begin{pmatrix} R_{vx} \\ R_{vy} \\ R_{\omega} \end{pmatrix} = \frac{R}{4l_{ab}} \begin{pmatrix} -l_{ab} & l_{ab} & -l_{ab} & l_{ab} \\ l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} & l_{ab} \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix}$$

其中 $l_{ab} = l_a + l_b$ 。

对于棍子和轮毂轴线方向夹角不是 45 度的情况, 逆运动学方程如下：

$$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{R} \begin{pmatrix} -c \tan \alpha & 1 & (l_a + l_b c \tan \alpha) \\ c \tan \alpha & 1 & -(l_a + l_b c \tan \alpha) \\ -c \tan \alpha & 1 & -(l_a + l_b c \tan \alpha) \\ c \tan \alpha & 1 & (l_a + l_b c \tan \alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{vx} \\ R_{vy} \\ R_{\omega} \end{pmatrix}$$

α 为棍子和轮毂轴线方向夹角。正运动学方程为：

$$\begin{pmatrix} R_{vx} \\ R_{vy} \\ R_{\omega} \end{pmatrix} = \frac{R}{4} \begin{pmatrix} -\tan \alpha & \tan \alpha & -\tan \alpha & \tan \alpha \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{l_a + l_b c \tan \alpha} & -\frac{1}{l_a + l_b c \tan \alpha} & -\frac{1}{l_a + l_b c \tan \alpha} & \frac{1}{l_a + l_b c \tan \alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix}$$

车方向	1 号轮转向	2 号轮转向	3 号轮转向	4 号轮转向
前进	1	1	1	1
左前	1	0	1	0
左	1	-1	1	-1
左后	0	-1	0	-1
后退	-1	-1	-1	-1
右后	-1	0	-1	0
右	-1	1	-1	1
右前	0	1	0	1
逆时针旋转	1	-1	-1	1
顺时针旋转	-1	1	1	-1

注：“1”表示顺时针；“-1”表示逆时针；“0”表示转速为零

车轮编号右上方为 1 号轮，按逆时针编号。

自动导引的算法设计方案考虑基于运动学模型而完成。视觉系统提供的偏距说明了车体在现有运动状态下需补偿的运动量，前、后视觉系统提供的数据结合考虑实现运动修正。

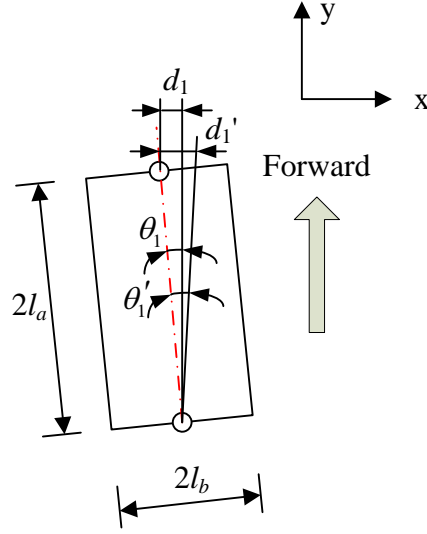


图3 头部修正

当尾部在线中心，前部偏转且偏距为正值（ l_p 为两传感器间距的一半）时，

$$\theta_1 = \sin^{-1} \frac{d_1}{2l_a} \approx \frac{d_1}{2l_a}$$

处理方法为车体以后相机为中心在若干采样周期摆回，并叠加原来的直线运动。

在若干个采样周期摆回的速度：即 $T = mT_s$ ， T_s 为图像采集处理及传输周期， m 为期望调整回位的周期数。则车体调整的三个速度关系为

$$V_x = \frac{d_1}{2T} = \frac{d_1}{2mT_s} = \frac{d_1' - d_1}{2T_s} + \frac{d_1}{2mT_s} - \frac{d_1' - d_1}{2T_s} = V_x' + \frac{d_1}{2mT_s} + \frac{d_1 - d_1'}{2T_s}$$

$$V_y = V_y'$$

$$\omega_z = -\frac{\theta}{T} = -\frac{d_1}{2l_a m T_s} = -\frac{d_1' - d_1}{2l_a T_s} - \frac{d_1}{2l_a m T_s} + \frac{d_1' - d_1}{2l_a T_s} = \omega_z' - \left(\frac{d_1}{2l_a m T_s} + \frac{d_1 - d_1'}{2l_a T_s} \right)$$

当前相机在线中心，后相机偏转且偏距为正值，相应有

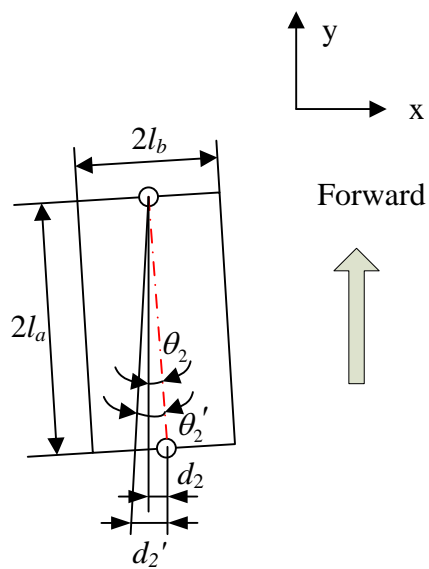


图 4 尾部修正

$$V_x = -\frac{d_2}{2T} = -\frac{d_2}{2mT_s} = -\frac{d_2' - d_2}{2T_s} - \frac{d_2}{2mT_s} + \frac{d_2' - d_2}{2T_s} = V_x' - \frac{d_2}{2mT_s} - \frac{d_2 - d_2'}{2T_s}$$

$$V_y = V_y'$$

$$\omega_z = -\frac{\theta_2}{T} = -\frac{d_2}{2l_a m T_s} = -\frac{d_2' - d_2}{2l_a T_s} - \frac{d_2}{2l_a m T_s} + \frac{d_2' - d_2}{2l_a T_s} = \omega_z' - \left(\frac{d_2}{2l_a m T_s} + \frac{d_2 - d_2'}{2l_a T_s} \right)$$