

22

406-414

# 旋翼桨叶非定常挥舞运动的分析计算方法

陈仁良 高正

南京航空航天大学, 南京 210016

V211.52

**摘要** 从旋翼桨叶的实际气动环境出发导出了桨叶的非定常挥舞运动方程, 其中考虑了影响旋翼桨叶非定常挥舞运动的各种因素, 包括旋翼入流的时滞效应及前行桨叶的压缩性和后行桨叶的失速特性。给出了计算桨叶非定常挥舞运动的递推公式, 并进而描述了旋翼的整体挥舞运动。最后以某型直升机为例, 计算了直升机悬停及前飞中施加变距操纵后旋翼桨叶挥舞运动响应的过渡过程。结果表明: 用本文所述方法能合理地计算旋翼桨叶挥舞运动的非定常过渡过程, 而且其最终稳态值与经典桨盘平面方法得到的结果相同。本方法尤其适合于直升机机动飞行的分析计算。

**关键词** 旋翼桨叶; 挥舞运动; 非定常空气动力

直升机

中 分类号 V211.52

## 符 号

$A_{1\sigma}$	旋翼横向周期变距	$p, q$	机身滚转及俯仰角速度
$a$	声速	$r$	桨叶微段的径向站位
$a_0, a_1, b_1$	旋翼锥度角、后倒角、侧倒角	$\mu, v, w$	机身运动速度三分量
$a_{0E}, a_{1E}, b_{1E}$	旋翼当量锥度角、后倒角、侧倒角	$\dot{\mu}, \dot{v}, \dot{w}$	机身运动加速度三分量
$B_{1\sigma}$	旋翼纵向周期变距	$\beta_i, \dot{\beta}_i, \ddot{\beta}_i$	桨叶挥舞角、挥舞角速度及挥舞角加速度, $i = 1, 2, \dots, N$
$b$	桨叶弦长	$\beta_0, \beta_d, \beta_{ns}, \beta_n$	描述旋翼挥舞运动的系数
$C_T, C_L, C_M$	旋翼拉力系数及桨毂力矩系数	$\psi$	桨叶方位角
$e$	偏置铰外伸量	$\Omega$	旋翼转速
$I_\beta$	桨叶对偏置铰的惯性矩	$\theta_0$	旋翼总距操纵
$K_\beta$	偏置铰处约束弹簧刚度系数	$\theta_i$	桨叶负扭转
$K_1$	挥舞变距调节系数	$\mu_x, \mu_y, \mu_z$	飞行速度在旋翼轴系下的速度分量
$M_x, M_y$	旋翼滚转、俯仰力矩(桨毂力矩)	$\lambda_0, \lambda_\sigma, \lambda_1$	入流的常数项及一阶谐波分量
$M_\beta$	桨叶质量矩		
$N$	桨叶片数		

## 0 引 言

以往人们在分析直升机旋翼桨叶的挥舞运动时多采用桨盘平面方法,即用桨盘的锥度角、后倒角和侧倒角来描述旋翼桨叶的挥舞运动,并据此确定旋翼的气动合力方向及对机体运动的影响。这种方法具有物理概念清晰、易于数学表达等优点。但是采用该方法的前提是必须假定各片桨叶的运动轨迹一致,桨尖保持在同一平面内,当直升机作定常飞行时,各片桨叶空气动力的周期特性基本相同,从而用桨盘平面方法能得到比较满意的结果。当直升机作非定常运动(机动飞行)时,由于各片桨叶的空气动力环境相差较大,其运动轨迹不尽相同,此时没有稳定的桨盘平面,若仍采用桨盘平面方法来描述挥舞运动并确定旋翼的气动力,则与实际情况有很大出入。为此,许多学者都在探索能确定旋翼桨叶非定常挥舞运动的方法。美国的 R.T.N.Chen 对桨盘平面方法作了修正和改造,他用一系列的桨盘平面来模拟旋翼桨叶的非定常挥舞运动,这样不仅保留了桨盘平面方法在数学上的解析性,而且也可以分析直升机作和缓机动飞行时的桨叶挥舞运动及旋翼气动合力。遗憾的是该方法仍以桨盘平面和准定常理论为基点,因而不适用于分析作迅猛机动飞行的直升机旋翼桨叶的挥舞运动。

本文完全抛弃桨盘平面的概念和准定常假设,从桨叶的真实气流环境出发分析旋翼桨叶的非定常挥舞运动。由此导出的方法可以作为确定直升机机动飞行中旋翼非定常气动力的基础。

## 1 桨叶非定常挥舞运动方程

当直升机作定常飞行时,作用在桨叶上的空气动力、离心力、挥舞惯性力、约束弹簧力及桨叶重力(较小可忽略)形成挥舞的动态平衡。当直升机作非定常飞行时,桨叶还作用由机身角运动引起的哥氏力、机身角加速度和加速度引起的附加惯性力。所有这些力对偏置铰产生的力矩分别为:

空气动力力矩	$M_A$
离心力力矩	$-\Omega^2 [I_\beta \cos\beta_i + eM_\beta] \sin\beta_i$
挥舞惯性力矩	$-I_\beta \ddot{\beta}_i$
机身角速度引起的哥氏力矩	$2\Omega [I_\beta \cos\beta_i + eM_\beta] (p \cos\psi - q \sin\psi) \cos\beta_i$
约束弹簧力矩	$-K_\beta \beta_i$
机身角加速度引起的惯性力矩	$[I_\beta \cos\beta_i + eM_\beta] (\dot{p} \sin\psi - \dot{q} \cos\psi) \cos\beta_i$
机身加速度引起的惯性力矩	$M_\beta [\dot{w} \cos\beta_i + (\dot{v} \sin\psi - \dot{u} \cos\psi) \sin\beta_i]$
桨叶重力力矩	忽略

上述诸力矩的代数和应为零,据此可得桨叶的挥舞运动方程

$$\ddot{\beta}_i = \frac{M_\beta}{I_\beta} \left\{ \cos\beta_i \{ \dot{w} + e[2\Omega(p \cos\psi - q \sin\psi) + \dot{p} \sin\psi + \dot{q} \cos\psi] \} + \right.$$

$$\left. \sin\beta_i (\dot{p} \sin\psi - \dot{q} \cos\psi - e\Omega^2) \right\} + \quad (1)$$

$$\cos^2\beta_i [\dot{p} \sin\psi + \dot{q} \cos\psi - 2\Omega (q \sin\psi - p \cos\psi)] -$$

$$\cos\beta_i \sin\beta_i \Omega^2 + \frac{M_A - K_\beta \beta_i}{I_\beta} \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

## 2 非定常空气动力矩的确定

$$\text{在方位角 } \psi \text{ 处} \quad M_A = \int_0^{R-a} df_a \cdot r \quad (2)$$

$$\text{其中} \quad df_a = dy \cdot \cos\beta_* - dx \cdot \sin\beta_*$$

$$dy = 0.5\rho W^2 b dr C_L, \quad dx = 0.5\rho W^2 b dr C_D$$

$$\sin\beta_* = \frac{W_y}{W}, \quad \cos\beta_* = \frac{W_x}{W}$$

式中  $W_x$ ,  $W_y$  取决于直升机的运动、旋翼转速、桨叶挥舞运动及旋翼下洗诸因素。对于非定常情况,  $C_L$  不再是攻角的线性函数,  $C_D$  也不再是常数, 它们都是当地攻角和马赫数的非线性函数, 其值根据翼型的风洞试验数据来确定。

除了翼型的非定常特性外, 还有一个很重要的非定常现象—旋翼入流的时滞性。旋翼入流的非定常特性与桨叶挥舞运动的非定常特性有着非常密切的关系。本文采用文献[5]中的动力入流模型来考虑旋翼入流的非定常特性, 其数学模型为

$$M_1 \ddot{X} + L_1 \dot{X} = \bar{F}_1 \quad (3)$$

式中:  $\bar{X} = [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2]^T$ ,  $\bar{F}_1 = [\Delta C_T \quad C_L \quad C_m]$ ,  $M_1$ 、 $L_1$  见文献[5]。

## 3 桨叶非定常挥舞运动的递推公式

桨叶的气动力矩  $M_A$  中含有挥舞角  $\beta_i$  的三角函数项及挥舞角速度  $\dot{\beta}_i$ , 难以从挥舞运动方程直接获得  $\beta_i$  的解析解。本节给出一种递推形式的数值解。

设在时刻  $t$  (对应的方位角为  $\psi_i$ ) 某桨叶的挥舞加速度、挥舞速度和挥舞角分别为  $\ddot{\beta}_i$ ,  $\dot{\beta}_i$ ,  $\beta_i$ , 经过  $\Delta t$  后 (对应的方位角为  $\psi_{i+1}$ ) 上述三个量的值分别为  $\beta_{i+1}$ ,  $\dot{\beta}_{i+1}$ ,  $\ddot{\beta}_{i+1}$ , 则当  $\Delta t$  很小时有下列式子

$$\beta_{i+1} = \beta_i + \frac{\sin\Delta\psi}{\Omega} \dot{\beta}_i + \frac{1 - \cos\Delta\psi}{\Omega^2} \ddot{\beta}_i$$

$$\dot{\beta}_{i+1} = \dot{\beta}_i + \ddot{\beta}_i \frac{\sin\Delta\psi}{\Omega} \quad (4)$$

将(4)式与(1)式联立, 即可得下列挥舞运动的递推公式:

$$\beta_{i+1} = \beta_i + \frac{\sin\Delta\psi}{\Omega} \dot{\beta}_i + \frac{1 - \cos\Delta\psi}{\Omega^2} \ddot{\beta}_i$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}^{i+1} &= \dot{\beta}^{i+1} + \frac{\sin \Delta \psi}{\Omega} \ddot{\beta}^{i+1} \\ \ddot{\beta}^{i+1} &= \frac{M_{\beta}}{I_{\beta}} \left\{ \cos \beta^{i+1} \left[ \dot{\omega} + e [2\Omega (p \cos \psi_{i+1} - q \sin \psi_{i+1}) + \dot{p} \sin \psi_{i+1} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \dot{q} \cos \psi_{i+1}] \right\} + \sin \beta^{i+1} (\dot{v} \sin \psi_{i+1} - \dot{u} \cos \psi_{i+1} - e \Omega^2) \right\} + \\ &\quad \cos^2 \beta^{i+1} [\dot{p} \sin \psi_{i+1} + \dot{q} \cos \psi_{i+1} - 2\Omega (q \sin \psi_{i+1} - p \cos \psi_{i+1})] - \\ &\quad \cos \beta^{i+1} \sin \beta^{i+1} \Omega^2 + \frac{(M_A)_{i+1} - K_{\beta} \beta^{i+1}}{I_{\beta}} \quad (i=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

在给定初始时刻的  $\beta_i, \dot{\beta}_i, \ddot{\beta}_i$  后，利用上述递推公式可以求出以后各时刻的  $\beta_{i+1}, \dot{\beta}_{i+1}, \ddot{\beta}_{i+1}$ 。

上述挥舞方程是在旋转轴系中的，它表示任一片桨叶在旋转过程中的挥舞运动。要研究整具旋翼的挥舞情况，则应将旋转轴系的挥舞量转换到不旋转轴系。根据文献[3]中的方法，旋转轴系下的挥舞值与不旋转轴系下的值之间有下列关系

$$\beta_i = \beta_0 + \beta_d (-1)^i - \sum_{n=1}^k (\beta_{no} \cos n\psi_i + \beta_{ni} \sin n\psi_i) \quad i=1, 2, \dots, N$$

其中： $k, \beta_0, \beta_d, \beta_{no}, \beta_{ni}, \psi_i$  的表达式见文献[3]。

当飞行状态稳定，各片桨叶具有相同的轨迹时，则回归到桨盘平面及旋翼锥体的概念，即  $\beta_0$  表示旋翼的锥度角， $\beta_{1o}, \beta_{1i}$  表示后倒角和侧倒角，其余各项为零。当飞行状态不断变化时（机动飞行），上述各项都不为零，旋翼没有稳定的锥体，即除了  $\beta_0, \beta_{1o}, \beta_{1i}$  外还有  $\beta_d, \beta_{no}, \beta_{ni} (n > 1)$ 。此时再用锥体来描述旋翼的挥舞运动则与实际情况不符。

### 4 算例与结果分析

以某型直升机为例计算悬停及前飞速度 25m/s 时施加阶跃操纵后旋翼和桨叶非定常挥舞运动的时间历程并与桨盘平面方法得到的结果比较。该直升机的旋翼结构是偏置铰式，其外伸量  $e=6.5\%R$ ，旋翼直径为 16.36m，桨叶片数 4，翼型弦长 0.5334m，桨叶负扭转  $8^\circ$ ，桨叶惯性矩  $63.8\text{kg}\cdot\text{m}$ ，静矩  $12.12\text{kg}\cdot\text{m}$ ，翼型为

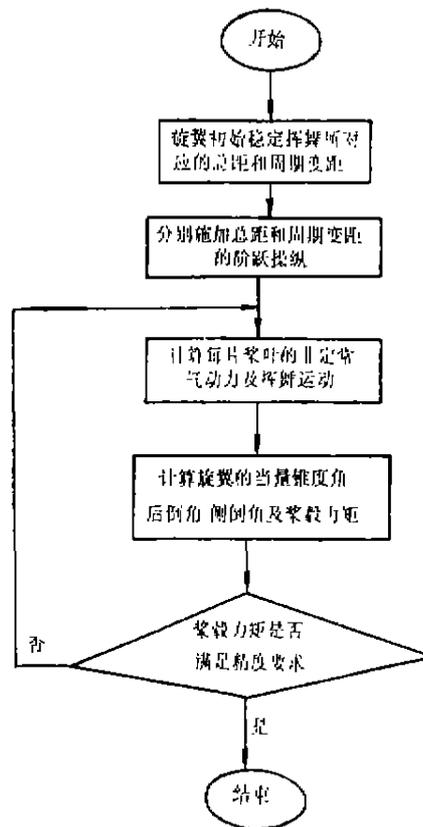
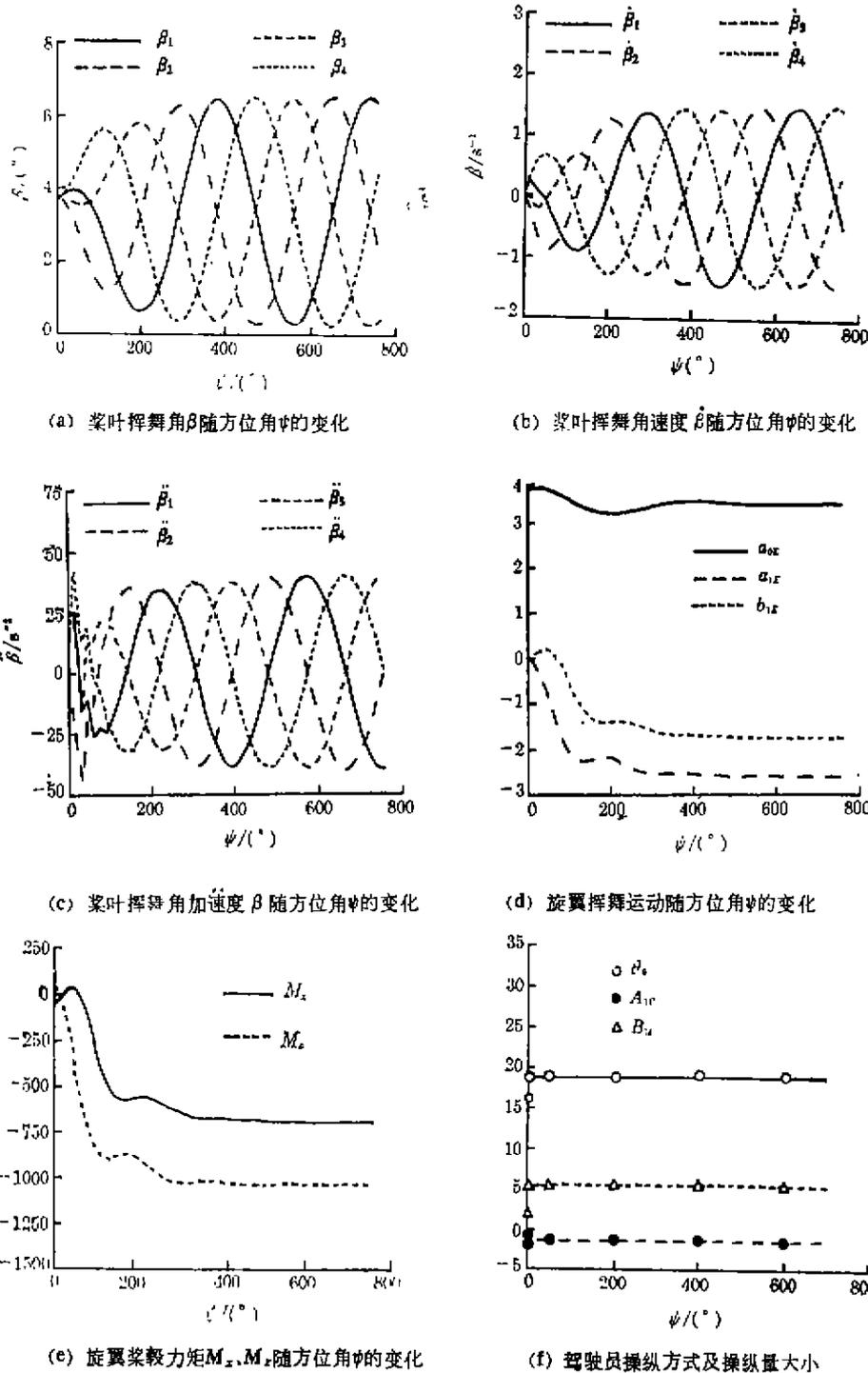


图 1 计算框图  
Fig.1 Diagram of calculation

SC1095, 本文的翼型气动数据取自文献[4]。图1是本文所用的计算框图。操纵前旋翼的稳定挥舞状态作为计算的初始条件, 操纵响应的最终稳定状态根据前后两次计算所得的桨毂力矩是否满足精度要求来确定。其中前后两次的时间步长为0.01s。



(a) 桨叶挥舞角 $\beta$ 随方位角 $\psi$ 的变化  
 (b) 桨叶挥舞角速度 $\dot{\beta}$ 随方位角 $\psi$ 的变化  
 (c) 桨叶挥舞角加速度 $\ddot{\beta}$ 随方位角 $\psi$ 的变化  
 (d) 旋翼挥舞运动随方位角 $\psi$ 的变化  
 (e) 旋翼桨毂力矩 $M_x, M_y$ 随方位角 $\psi$ 的变化  
 (f) 驾驶员操纵方式及操纵量大小

图2 悬停时桨叶、旋翼挥舞运动及桨毂力矩对阶跃操纵的瞬态响应  
 Fig.2 Instantaneous response of blades, rotor flapping motion and hub moments to step controls in hover

图 2 为悬停时桨叶挥舞角、挥舞角速度、挥舞角加速度和旋翼当量锥度角、当量后倒角、当量侧倒角(用“当量”角区别定常情况值)及桨毂力矩对阶跃操纵输入的时间响应历程(图中以方位角的形式给出)。图 3 为前飞速度 25m/s 所对应的结果。为了与桨盘平

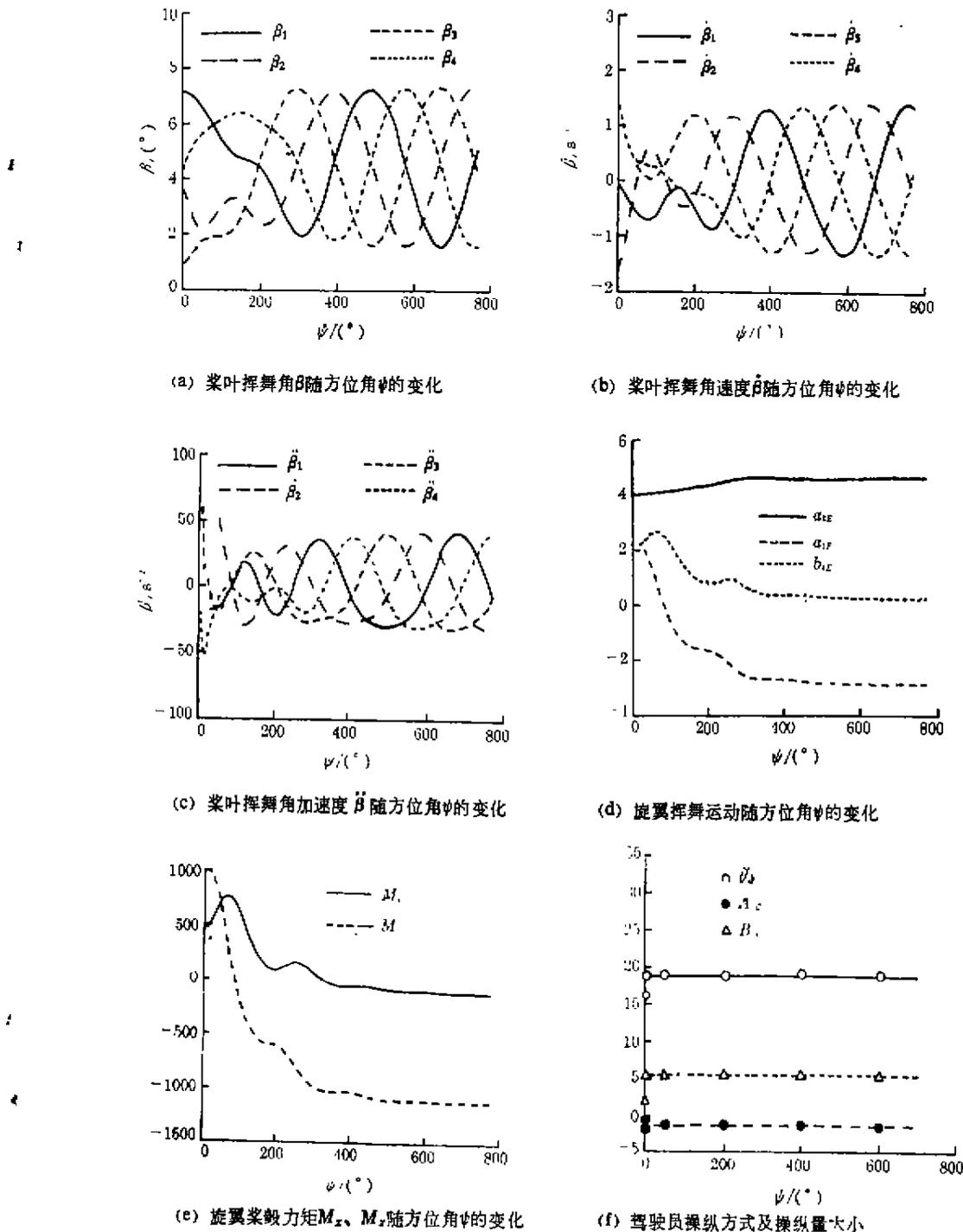


图 3 前飞时桨叶、旋翼挥舞运动及桨毂力矩对阶跃操纵的瞬态响应  
 Fig.3 Instantaneous response of blades, rotor flapping motion and hub moments to step controls in forward speed

面方法进行比较,图4给出了用桨盘平面方法得到的桨叶挥舞角、挥舞角速度、挥舞角加速度和旋翼锥度角、后倒角、侧倒角及桨毂力矩对阶跃操纵输入的时间响应历程。

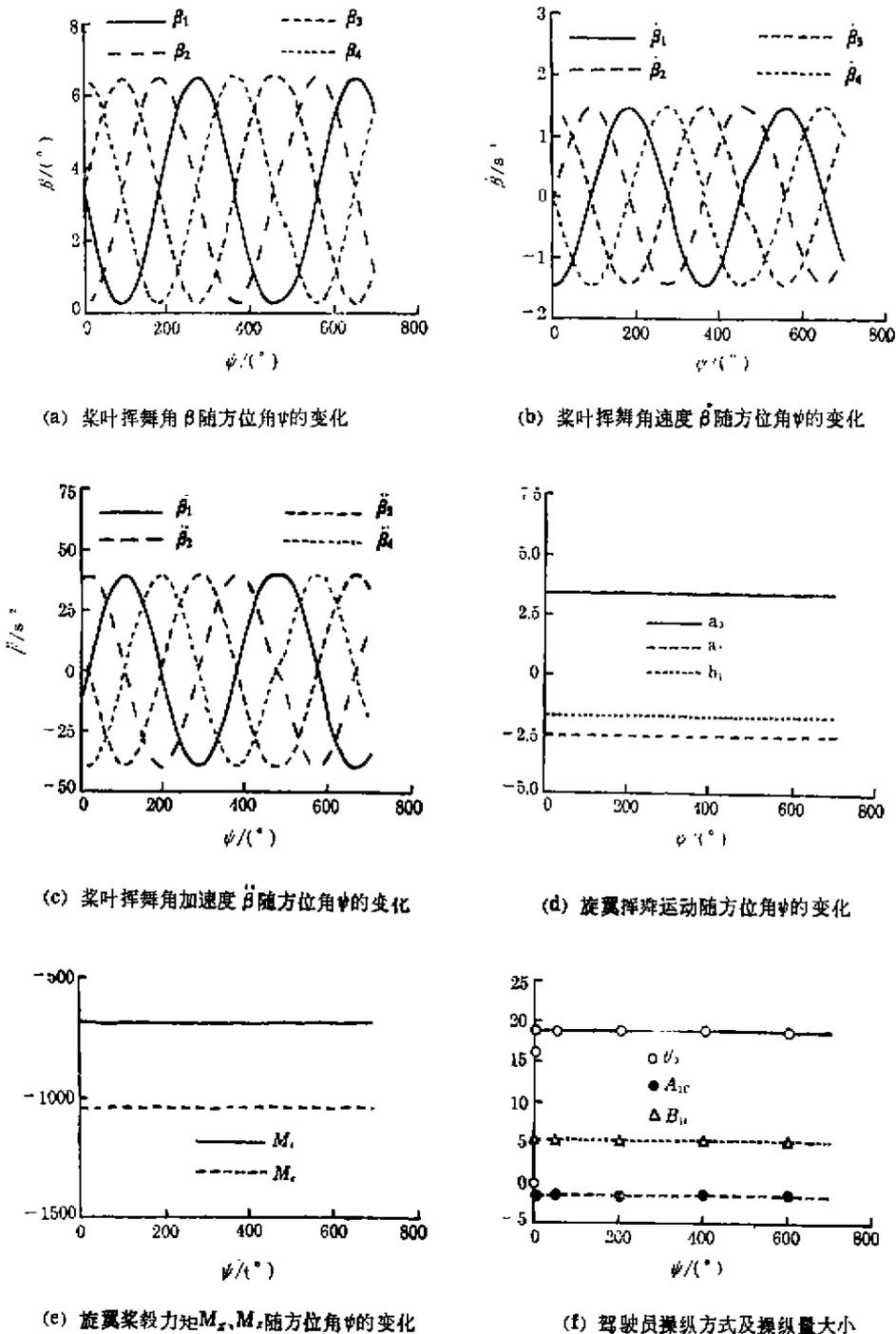


图4 悬停时用桨盘平面方法得到的桨叶、旋翼挥舞运动及桨毂力矩对阶跃操纵的瞬态响应  
 Fig.4 Instantaneous response of blades, rotor flapping motion and hub moments to step controls with the method of rotor disk plane in hover

从上述图中可以看出:

(1) 用桨盘平面方法得到的桨叶挥舞角、挥舞角速度、挥舞角加速度和旋翼锥度角、后倒角、侧倒角及桨毂力矩对阶跃操纵输入的时间响应历程没有过渡过程,而用本文所述方法得到的时间响应历程有明显的动态过渡过程。

(2) 挥舞运动在施加操纵后的动态过渡过程是非定常的,大约经过1.5~2周之后达到在新操纵值下的动态平衡。此时旋翼倾斜角及桨毂力矩基本保持不变,而且与桨盘平面方法得到的结果一致。

(3) 在动态过渡过程中,桨叶挥舞加速度一开始有突跳甚至过冲,产生这一现象的原因是由于在施加操纵的最初阶段,旋翼入流由于惯性的作用来不及跟随操纵引起的气动力变化,使各翼剖面的攻角突变并引起桨叶空气动力合力变化,产生很大的瞬时加速度,而用经典桨盘平面方法没有这一现象。

(4) 图2和图3中的(d)、(e)分别示出了旋翼倾斜角及桨毂力矩的变化。在施加操纵后的初始阶段,它们变化很大,会对直升机的姿态和加速度有重要影响,这一过渡过程用经典桨盘平面方法是不可能得到的,只有当挥舞运动达到新的动态平衡后,各片桨叶具有相同的运动轨迹,旋翼的当量锥度角、当量后倒角和当量侧倒角也不随时间变化,即退化成桨盘平面的概念。

## 5 结 论

(1) 本文从桨叶的实际气动环境出发分析了桨叶和旋翼的非定常挥舞运动,并考虑了对挥舞有影响的各种因素,使挥舞运动方程适用于直升机作非定常运动时的情况。

(2) 在分析空气动力时考虑了旋翼入流的时滞效应及前行桨叶的压缩性和后行桨叶的失速效应,使桨叶空气动力和挥舞运动的计算有较好的准确性。

(3) 提供了一套计算旋翼非定常挥舞运动的方法和递推公式,为确定旋翼非定常空气动力打下了基础。

## 参 考 文 献

- 1 Protz R W著. 直升机性能及稳定性和操纵性. 高正等译. 北京:航空工业出版社, 1990. 260~283
- 2 Chen R T N, Effect of Primary Rotor Parameters on Flapping Dynamics, NASA TP1431, 1979, 1~38
- 3 Johnson W, Helicopter Theory, Princeton University Press, 1980, 250~327
- 4 Howlett J J, UH-60A Black Hawk Engineering Simulation Program, Vol. I—Mathematics Model, NASA CR 166309, 1981, 5.1-12~5.1-37
- 5 Pitt D M, Peters D A, Theoretical Prediction of Dynamics Inflow Derivatives, Proceedings of Sixth European Rotorcraft and Power Lift Aircraft Forum, Paper No. 47, England, 1980.

## A Method of Analysis and Calculation About Unsteady Flapping Motion of Rotor Blade

Chen Renliang Gao Zheng

(*Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016*)

**Abstract** This paper presents an unsteady flapping motion equation of rotor blades. The influence of some factors including rotor dynamic inflow, retreating blade dynamic stall and advancing blade compressibility on flapping motion was considered. A recurrence formula of blade unsteady flapping motion was developed and as a result the rotor flapping was described. Finally, a typical helicopter was taken as an example to calculate the transition process of blade flapping motion response to pilot step inputs in hover and forward flight. It was shown that the method of this paper can reasonably calculate the transition process of blade unsteady flapping motion and the stable value of transition process is the same as the results obtained from the classical method based on the rotor disc concept. The method presented in the paper is especially suitable for the analysis and calculation of helicopter maneuver flight.

**Key words** rotor, blade flapping, unsteady aerodynamic forces

专业提供学术期刊、学位论文下载、外文文献检索下载服务 购买地址: <http://wxfw.taobao.com>

★资源介绍★

**【中文资源】**

中国知网、万方数据、维普、超星、读秀、国研、新东方、阿帕比、书生图书、博看、人大复印、北大法宝、法意、环球英语等等.

**【英文资源】**

IEEE、Wiley、SD、EBSCO、ProQuest、LexisNexis、Springer Link、Jstor、EI、OSA、sag、Acs等上百种全英文资源.

**【顶级医学】**

ovid、pubmed、md、高权sciencedirect、Emabse万方医学、中国生物医药数据库、美国医学会等.

**【经济资源】**

中经、中宏、国泰安、搜数、resset金融、知网统计等等.

**【名校图书馆】**

国内高校图书馆、地方图书馆、国外高校图书馆。授权进入，极致体验.